

Л. А. Славутский, М. В. Никандров, Д. Б. Турханов

Россия, 428015, г. Чебоксары, пр. Московский, 15, Чувашский государственный университет, e-mail: nixmak@mail.ru

Контроль профиля потока жидкости по модовой структуре ультразвукового сигнала

Получена 21.10.2003, опубликована 06.11.2003

На основе экспериментальных и теоретических исследований рассматривается возможность восстановления параметров потока вязкой жидкости по спектру распространяющегося в нем ультразвукового сигнала. Для решения обратной задачи использовано ВКБ-приближение. При этом для восстановления профиля потока производится обращение дисперсионного уравнения для собственных значений мод, аналогичного правилам квантования Бора-Зоммерфельда в квантовой механике. Показано, что по модовой структуре ультразвукового поля в волноводе может быть восстановлен профиль скорости потока с точностью не ниже единиц процентов и, соответственно, вязкость жидкости и акустические свойства границ волновода. Результаты могут быть использованы в ультразвуковой расходомерии и диагностике.

ВВЕДЕНИЕ

Задача реконструкции полей скоростей звука (c) и течения (v) по данным акустических измерений относится к обратным задачам математической физики. В отсутствие течений обратная задача в различных постановках подробно исследовалась многими авторами [1, 2], однако в явном виде точные формулы обращения получены лишь для случая слоистой среды. Они основаны на интегральном преобразовании Абеля. Наличие течений делает среду акустически анизотропной и принципиально усложняет решение обратной задачи. В случае медленных течений возможно приближенное решение задачи с помощью линейной инверсии [3, 4], но для струйных течений такая линеаризация может оказаться недопустимой. Другой подход, который и развивается в данной статье, состоит в том, чтобы обобщить некоторые из результатов, полученных для неподвижной среды при помощи Абелевой инверсии, на рассматриваемый случай среды с течением.

Задача рассмотрена в модовой постановке, а именно, когда из эксперимента известны частотные зависимости распространяющихся сигналов.

Для неподвижной среды обратная задача в такой постановке была рассмотрена в [5 – 7], причем на примерах сред с билинейной и биквадратичной зависимостью c^2 от глубины z было показано, что использование модовых данных позволяет восстановить профиль $c(z)$, в том числе и в ряде случаев, когда другими способами (например, с

использованием лучевой картины распространения) данная задача является неразрешимой.

Решение задачи представляет интерес для широкого круга технических приложений, в частности ультразвуковой диагностики, расходомерии и т. д.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим случай плоскостой среды, т. е. невозмущенные параметры среды не зависят от декартовых координат x и y , но меняются в зависимости от координаты z ($z = 0$ – соответствует середине волновода). Пусть скорость течения направлена горизонтально по оси x и не зависит от времени. На рис. 1 показана конфигурация задачи и возможная схема экспериментальных измерений.

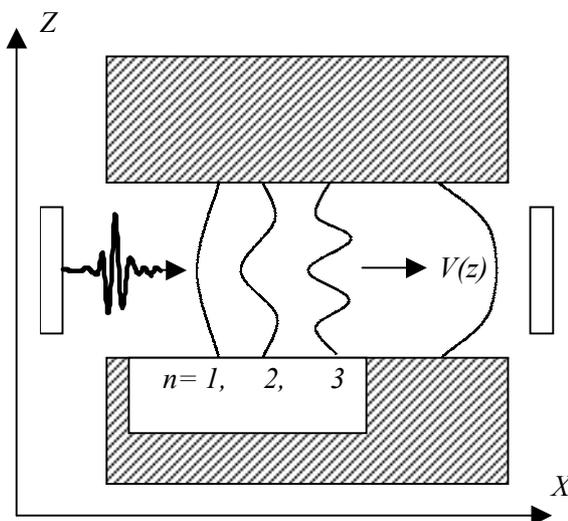


Рис. 1. Конфигурация задачи и схема экспериментальных измерений

В слоисто-неоднородной среде, где пространственная неоднородность определяется одной координатой, поле описывается уравнением Гельмгольца для давления p с эффективным волновым числом, зависящим от скоростей звука c и течения v , плотности среды ρ [8]:

$$\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} p + (k^2 \beta^2 - \xi^2) \left(\frac{\rho_0}{\rho \beta^2} \right)^2 p = 0, \tag{1}$$

Здесь $k = \omega / c$ – волновое число звука, ω – циклическая частота волны.

Эффективное значение вертикальной координаты $\zeta(z) = \rho_0^{-1} \int_{z_0}^z \rho(z') \beta(z') dz'$, где z_0 – координата стенки волновода, ρ_0 – равновесная плотность, $\zeta(z)$ – монотонно возрастающая функция от z , ξ – горизонтальная компонента волнового вектора,

$$\beta = 1 - \frac{\xi v}{\omega}, \quad (2)$$

где β – коэффициент, вносящий поправку в решение при учете движения среды.

Профиль скорости при ламинарном течении жидкости рассчитывается по следующей формуле [9]:

$$v = \left(1 - \frac{4z^2 \rho}{H^2 \mu} \right) v_0, \quad (3)$$

где H – ширина волновода, μ – сдвиговая вязкость, v_0 – скорость течения в центре волновода.

На границе раздела двух сред (потока жидкости и стенки) должны выполняться кинематическое условие, состоящее в равенстве нормальных смещений частиц, прилегающих к границе со стороны первой и второй среды, и динамическое условие, состоящее в равенстве действующих на границы сил со стороны обеих сред. Вводя обозначение $[p]_{z_0}$ для скачка давления $p(x, z, t)$ на границе волновода, граничные условия можно записать в виде:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z_0} = 0, [p]_{z_0} = 0. \quad (4)$$

В среде, параметры которой не зависят от времени (мы можем сделать такое предположение ввиду довольно незначительного промежутка времени измерения, по сравнению со временем изменения параметров потока, а именно температуры, плотности и т. п.), можно найти решение (1) в виде спектрального представления по времени:

$$p(x, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_n p_n(k_n, z) e^{i(\omega t - k_n x)} \right] e^{-i\omega t} d\omega, \quad (5)$$

где k_n — волновые числа (постоянные распространения) для каждой из мод, $p_n(k_n, z)$ — пространственное распределение каждой моды по координате z .

Выражение в квадратных скобках представляет собой пространственное распределение волнового поля на фиксированной частоте. Пространственная структура по координате z первых трех мод ($n = 1, 2, 3$) показана на рис. 1. Интегрирование (5) по частоте позволяет при помощи обратного преобразования Фурье получить временную форму ультразвукового сигнала.

Расчеты и экспериментальные измерения проводились при импульсном возбуждении ультразвуковых сигналов. Характерная форма используемого при расчетах ультразвукового импульса и его спектр представлены на рис. 2. Они соответствуют импульсному возбуждению пьезоэлектрического ультразвукового преобразователя с резонансной частотой $\sim 1,4$ МГц.

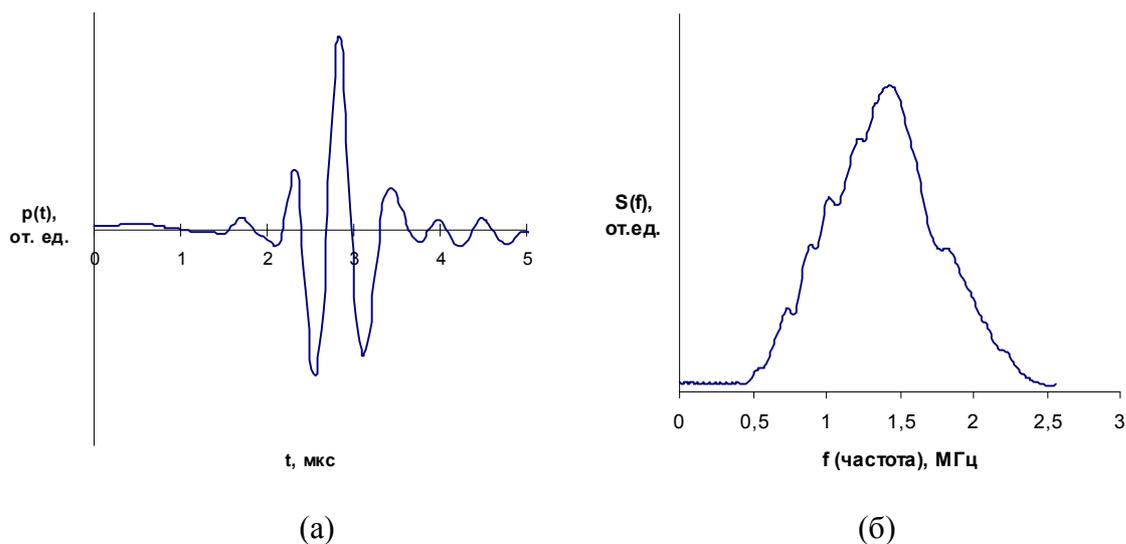


Рис. 2. Временная форма (а) и спектр (б) ультразвукового сигнала

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВОДНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКА

Расчеты ультразвуковых полей в их спектральном представлении в соответствии с решением (5) проводились для сигнала, показанного на рис. 2. Проведено численное моделирование ультразвукового поля в волноводе различной толщины и разными скоростями (профилем) потока жидкости.

На рис. 3 показана форма спектров прошедших через волновод ультразвуковых сигналов для толщины волновода 1,6 мм (1) и 5 мм (2) в отсутствии потока.

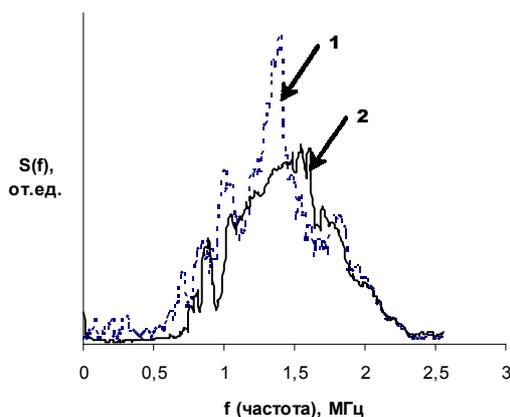


Рис. 3. Спектр ультразвукового сигнала в волноводе толщиной 1,6 мм (1) и 5 мм (2) при отсутствии течения в невязкой жидкости.

Как видно из рисунка, в спектре сигналов проявляются несколько локальных максимумов, каждый из которых соответствует интерференции захваченных в волновод мод. Для толщины волновода 1,6 мм в спектре на рис. 3 можно выделить локальные максимумы, соответствующие первым двум-трем распространяющимся в волноводе модам. С увеличением толщины волновода (спектр 2 на рис. 3) локальные

максимумы становятся менее выраженными, поскольку интерференционная картина формируется значительно большим числом мод, распространяющихся в волноводе. Затухание ультразвуковых волн в волноводе может быть обусловлено двумя причинами, а именно – «просачиванием» высших мод через границы волновода и диссипацией за счет вязкости жидкости. Во втором случае волновое число представляет собой комплексную величину [1]: $k = \frac{\omega}{c} \left[1 - \frac{i\omega}{\rho c^2} \left(\eta + \frac{4}{3}\mu \right) \right]^{-1/2}$, где η и μ – коэффициенты объемной и сдвиговой вязкости. Мнимая часть волнового числа представляет собой коэффициент затухания акустических волн, который растет с увеличением частоты ультразвука.

На рис. 4. показаны спектры ультразвуковых сигналов, рассчитанные без учета (1) и с учетом затухания (2).

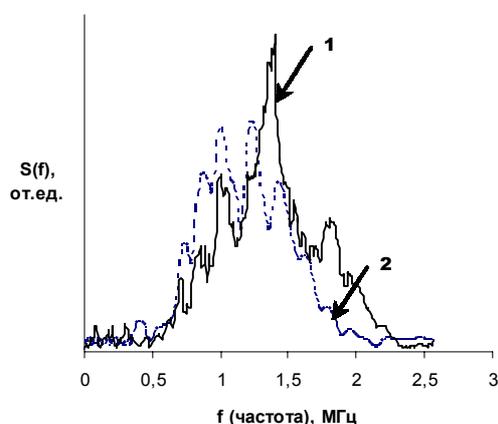


Рис. 4. Спектр ультразвукового сигнала в волноводе толщиной 1,6 мм в жидкости без вязкости (1) и с вязкостью (2) при отсутствии течения

Как видно из рисунка, учет вязких потерь приводит к срезанию высокочастотных мод и смещению энергии сигнала в низкочастотную часть спектра.

При наличии потока локальные максимумы в спектрах ультразвуковых сигналов меняют свое положение в соответствии со скоростью и профилем потока. На рис. 5 показаны спектры сигналов в волноводе толщиной 1,6 мм при скорости потока на оси волновода 0,5 м/с. При расчетах распространения ультразвука по направлению потока (1) и против потока (2) наблюдается смещение в высокочастотную и низкочастотную части спектра соответственно.

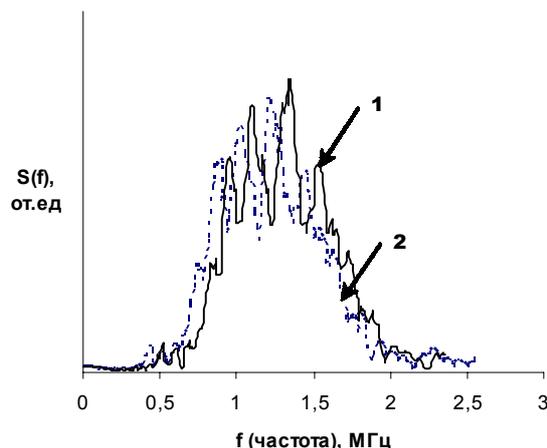


Рис. 5. Спектр ультразвукового сигнала в волноводе без вязкости толщиной 1,6 мм при наличии течения по направлению (1) и против (2) распространения ультразвука

Расчеты показали, что зависимость смещения частот локальных максимумов от скорости потока v носит практически линейный характер и составляет при несущей частоте ультразвука 1,4 МГц ~ 3000 Гц на 0,1 м/с. При этом взаимное положение локальных максимумов зависит от профиля скорости потока. На рис. 6 показаны спектры ультразвуковых сигналов при скорости потока на оси волновода 0,5 м/с (1) и 1 м/с (2). При этом профиль потока меняется в соответствии с формулой (3). Как видно из рисунка, частотное смещение локальных максимумов зависит от номера моды.

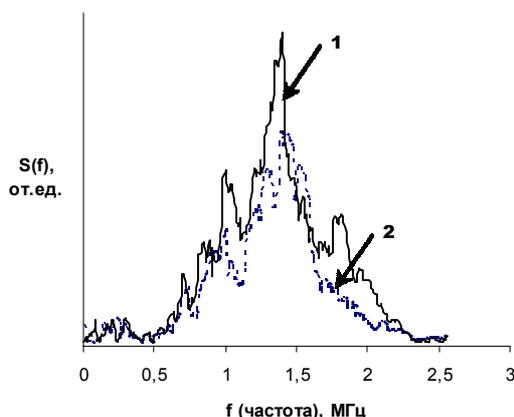


Рис. 6. Спектр ультразвукового сигнала в волноводе без вязкости толщиной 1,6 мм при течении 0,5 м/с (1) и 1 м/с (2)

Таким образом, по положению локальных максимумов в спектре ультразвуковых сигналов могут быть получены значения постоянных распространения для первых 2-3 мод, «захваченных» волноводом.

Возможность выделения локальных максимумов в спектре ультразвуковых сигналов показана нами экспериментально. В соответствии со схемой рис. 1, возбуждение звука

в волноводе, образуемом помещенными в воду стальными образцами, производилось резонансными полуволновыми пьезоэлектрическими преобразователями частотой $f \approx 1,4$ МГц. Длина волновода $L = 170$ мм, что значительно превышает длину звуковой волны (~ 1 мм).

На рис. 7 вместе с теоретическим спектром (1) приведены экспериментальные данные (2), полученные при цифровой обработке ультразвуковых сигналов.

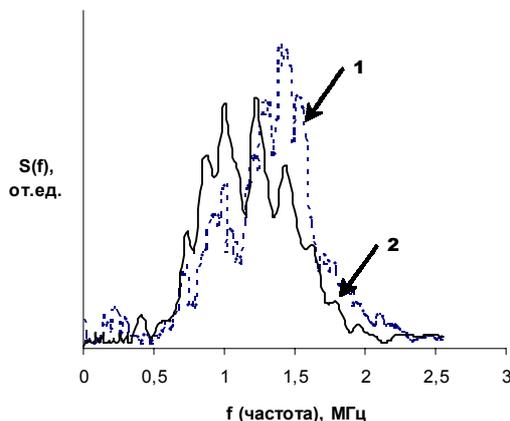


Рис. 7. Спектры ультразвукового сигнала в волноводе толщиной 1,6 мм: (1) – расчетный, (2) – экспериментальный

Локальные максимумы, соответствующие первым трем модам вполне могут быть выделены в экспериментальных условиях.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ ПОТОКА

Покажем, что по значениям постоянных распространения, может быть восстановлен профиль скорости звука, а значит, в ламинарном потоке, профиль скорости потока.

В квазиклассическом (ВКБ) приближении условием для нахождения постоянных распространения $t_n = \sqrt{k^2 - k_n^2}$ (вертикальная составляющая волнового числа) является следующее дисперсионное уравнение, которое находится из граничных условий [4, 5]:

$$\frac{\omega}{c_0} \int_{\varepsilon > t_n} \sqrt{\varepsilon(z) - t_n} dz = F_n \approx \pi \left(n + \frac{1}{2} \right). \tag{6}$$

В этом выражении, аналогичном правилам квантования Бора-Зоммерфельда, $\varepsilon(z)$ – функция неоднородности среды в уравнении Гельмгольца:

$$u''(z) + k^2 \varepsilon(z) u(z) = 0. \tag{7}$$

Уравнение (6), формально справедливое при больших значениях n , оказывается применимым при $n \geq 2$. Для решения обратной задачи – восстановления неоднородности образца по структуре волнового поля, уравнение допускает обращение по формуле Абеля:

$$z(\varepsilon) = \frac{2c_0}{\pi\omega} \int_{|t|<\varepsilon} \frac{dF}{\sqrt{\varepsilon - t(F)}}. \tag{8}$$

Для вычисления функция неоднородности $\varepsilon(z)$ в соответствии с (8) вместо непрерывной функции $t(F)$ может быть использован дискретный набор постоянных распространения t_n . При этом функция $t(F)$ в простейшем случае может быть аппроксимирована полиномом по дискретному набору постоянных распространения. При этом точность восстановления профиля оказывается не хуже единиц процентов. Сопоставляя (7) с (1), мы получаем выражение для неоднородности потока:

$$\varepsilon(z) = \beta^2 - \frac{\xi^2}{k^2}. \tag{9}$$

Подставив в (9) значение β из выражения (2) мы можем определить профиль скорости потока $v(z) = \frac{\omega}{\xi} \left(1 - \sqrt{1 - \varepsilon(z) - \frac{\xi^2}{k^2}} \right)$.

На рис. 8 представлены примеры восстановления профиля волновода (пунктирная линия) по собственным значениям постоянных распространения для трех мод, соответствующих спектрам сигналов на рис. 6.

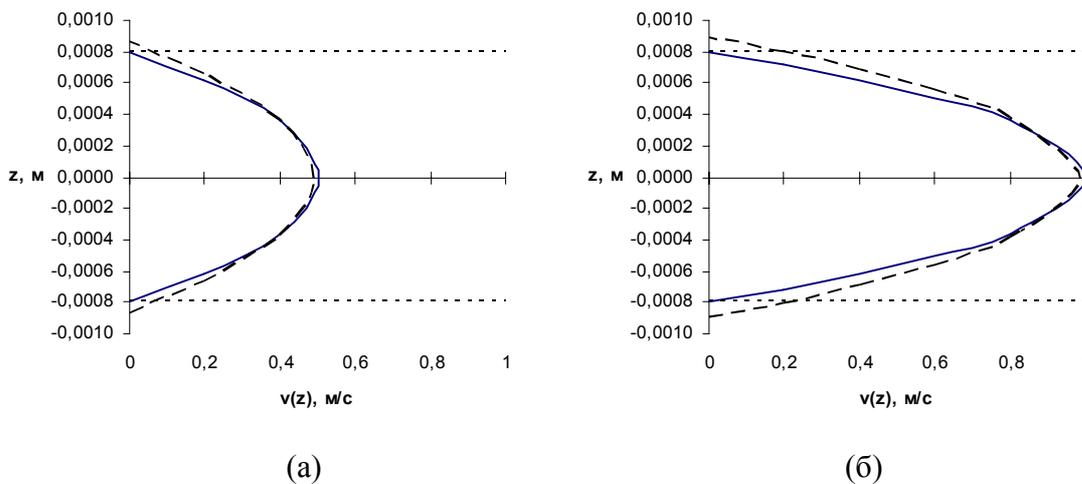


Рис. 8. Исходные (сплошная линия) и восстановленные по спектрам рис. 6 профили потоков (пунктирная линия): (а) – по спектру (1), (б) – по спектру (2)

В центральной части волновода исходный и восстановленный профиль скорости потока хорошо согласуются. Расхождения наблюдаются в приграничной области. Если при восстановлении профиля скорости потока использовать аппроксимацию по формуле (3) и граничные условия в виде скачка акустического импеданса на границе волновода, то точность восстановления может быть значительно повышена. По оценкам, профиль потока может быть восстановлен с точностью не ниже одного процента. Погрешность восстановления в основном определяется, по-видимому, точностью определения постоянных распространения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, профиль скорости потока жидкости может быть восстановлен по частотным характеристикам ультразвукового сигнала, регистрируемого в фиксированной точке волновода. При этом интерференционные биения между модами могут быть зарегистрированы на границе волновода, т.е. на основе полученных результатов может быть разработан накладной ультразвуковой расходомер, позволяющий оценивать не только интегральный расход жидкости, но и профиль потока, который определяется вязкостью жидкости и свойствами стенок волновода. Если измерения проводятся хотя бы для двух различных скоростей потока, то аппроксимация восстановленных профилей по формуле (3) позволяет получить коэффициенты в этом выражении, т. е. получить соотношения между вязкостью и плотностью жидкости.

Следовательно, предложенная методика оценки параметров потока жидкости по данным ультразвуковых измерений может использоваться как в задачах расходомерии, где, на данный момент, изменение скорости потока по его сечению учитываются полуэмпирическими формулами, так и для диагностики вязких свойств жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Романов В. Г. Обратные задачи математической физики. М.: Наука, 1984.
2. Munk W. H., Wunsch C. Ocean acoustic tomography: rays and modes. *Rev. Geophys. and Space Phys.* 1983. Vol. 21, № 4, p. 777–793.
3. Worcester P. F., Howe B. M., Spindel R. C. Ocean acoustic tomography: mesoscale velocity. *J. Geophys. Res.* 1987. Vol. 92, № C4, p. 3785–3805.
4. Worcester P. F., Spindel R. C., Howe B. M. Reciprocal acoustic transmissions: Instrumentation for mesoscale monitoring of ocean currents. *IEEE J. Ocean. Eng.* 1985. Vol. 10, № 2, p. 123–137.
5. Славутский Л. А. Ультразвуковая томография: приближенные решения технических задач. Труды АЭН ЧР, Чебоксары, 2001, № 1, с. 8–17.
6. Латышев К. В., Славутский Л. А. Восстановление профиля открытого волновода по спектру нормальных волн. *Изв. Вузов. Радиофизика.* 1991. Т. 34, № 4, с. 476–80.
7. Slavutsky L. A. WKB – approximation for inverse problem of radiowaves refraction. *URSI-S on EM Theory Proc.*, 1992, Australia, p. 404–407
8. Бреховских Л. М., Годин О. А. Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989.
9. Годин О. А. Лучевой инвариант при волноводном распространении звука в движущейся среде. *Докл. АН СССР.* 1991. Т. 321, № 4, с. 832–836.