

И. Л. Шейнман

Санкт-Петербургский Государственный Электротехнический Университет,  
СПбГЭТУ, 194376, Россия, Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, 5  
e-mail: [isheinman@yandex.ru](mailto:isheinman@yandex.ru)

## Дифракционные погрешности при измерении интенсивности звука

Получена 23.09.2004, опубликована 25.10.2004

Рассмотрены систематические погрешности метода измерения интенсивности звука при помощи двух микрофонов, обусловленные дифракционным взаимовлиянием используемых приёмников. Показано, что дифракционное взаимовлияние может приводить к изменению чувствительностей приёмников и изменению звукового давления на них. Совместное воздействие этих эффектов увеличивает погрешность измерения интенсивности звука и ограничивает частотный диапазон работы прибора со стороны как низких, так и высоких частот. Приведены рекомендации по выбору диапазона волновых размеров расстояния между микрофонами с целью заданного ограничения уровня дифракционной погрешности.

### ВВЕДЕНИЕ

Одной из важных практических задач акустических измерений является задача определения мощности и интенсивности акустического излучения. Современные измерения интенсивности звука осуществляются с применением комбинированного приёмника колебательной скорости и звукового давления, при использовании одного микрофона, а также методом двух микрофонов.

Главным недостатком комбинированного приёмника колебательной скорости является значительная чувствительность к внешним воздействиям (к ветру и к ударам).

Для измерения интенсивности и мощности в принципе достаточно одного микрофона [1]. Интенсивность может быть найдена по акустическому давлению  $p$ , плотности  $\rho$  и скорости звука  $c$  в среде:  $I = p^2 / 2\rho c$ . Мощность может быть определена путём интегрирования интенсивности по площади поверхности  $S$ , через которую проходит акустическое излучение:  $P = \int I dS$ . Однако данный метод не позволяет определять интенсивность звука в полях сложной структуры, а приведенные выражения справедливы только в дальней зоне источника при падении на приёмник плоской акустической волны.

Совершенствование цифровых методов обработки сигналов позволило применить в измерении интенсивности звука градиентный способ определения колебательной скорости при помощи двух микрофонов.

## 1. МЕТОД ДВУХ МИКРОФОНОВ

В методе двух микрофонов используются два приёмника звукового давления, расположенные на малом по сравнению с длиной волны расстоянии друг от друга [2, 3]. Найти интенсивность этим методом можно на основе выражения

$$I_{\text{изм}} = \frac{1}{T} \int_0^T p V_r dt, \quad (1)$$

где  $p$  — звуковое давление,  $V_r$  — колебательная скорость частиц среды в некоторой точке между приёмниками,  $I_{\text{изм}}$  — измеряемая интенсивность звука,  $T$  — период звуковых колебаний.

Проекция колебательной скорости частиц на направление  $\mathbf{r}$ , определяемое линией, на которой расположены микрофоны, выражается формулой:

$$V_r(t) \approx \int \frac{p_2(t) - p_1(t)}{\rho h} dt, \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность среды,  $p_1(t)$  и  $p_2(t)$  — мгновенные значения звукового давления, измеренные двумя ненаправленными микрофонами-приёмниками звукового давления в двух точках, расстояние между которыми равно  $h$ .

Равенство (2) даёт приближённое выражение для проекции колебательной скорости частиц в точке, находящейся посередине между точками измерения звукового давления. Давление в этой средней точке приближенно равно

$$p(t) \cong \frac{p_1(t) + p_2(t)}{2}. \quad (3)$$

Интенсивность звука в средней точке между двумя микрофонами можно найти путём интегрирования произведения  $p(t)$  и  $V_r(t)$ , исходя из соотношений (1), (2) и (3).

## 2. ВИДЫ ПОГРЕШНОСТЕЙ МЕТОДА ДВУХ МИКРОФОНОВ

Методу двух микрофонов присущи известные систематические погрешности, вызываемые конечно-разностным приближением в выражениях (2), (3), которые проявляются главным образом на высоких частотах. Поскольку ближнее поле реального источника шума часто гораздо сложнее, чем у монополя, при измерении интенсивности звука в ближнем поле непригодно приближение с представлением реальных источников в виде монополей. Дж. К. Томпсоном и Д. Р. Три предложено для измерения интенсивности звука в ближнем поле реального источника шума выбирать значения волновых размеров расстояния между микрофонами  $kh$  и отношения  $h/r$ , где

$r$  — расстояние до источника, исходя из анализа для квадрупольного типа источника, как наиболее неблагоприятного случая [4]. Чтобы погрешность оставалась в пределах  $\pm 1.5$  дБ, рекомендуется использовать следующие пределы параметров:  $0.1 \leq kh \leq 1.3$  и  $0 \leq h/r \leq 0.5$ .

Другим источником погрешности метода измерения интенсивности звука с помощью двух микрофонов является расхождение фазовых характеристик двух микрофонных каналов, дающее погрешность главным образом на низких частотах [3, 5]. Так, на частоте 100 Гц при  $h = 10$  мм небольшая разность фаз  $1^\circ$  между двумя каналами даёт значение уровня погрешности до 3 дБ. Таким образом, важно свести приборную разность фаз к минимуму. Следует использовать два согласованных по фазе канала или фазовую калибровку между двумя сквозными измерительными каналами. Дж. Я. Чангом был разработан метод переключения цепей для исключения погрешности, вызванной приборной разностью фаз [5]. Однако данный метод не позволяет исключить погрешность конечно-разностного приближения, а также исследованные ниже дифракционные погрешности.

Взаимное влияние приемников вследствие дифракционных эффектов приводит к возникновению нового типа систематических погрешностей. На результат измерения интенсивности звука дифракция может влиять двумя способами: путем искажения поля давления падающей волны рассеянием ее на другом входящем в пару приемнике [6] и посредством влияния изменения акустических сопротивлений приемников на их чувствительность [7]. Исследованию совместного воздействия этих причин на систематические погрешности метода двух микрофонов посвящена настоящая статья.

### 3. ДИФРАКЦИОННЫЕ ПОГРЕШНОСТИ

Рассмотрим влияние искажения давлений вследствие рассеяния волны на приемниках в простейшем приближении монопольного бесконечно удаленного источника звука. Представим в формулах (2), (3) давления на приемниках звукового давления в виде суммы давлений падающей и рассеянной волн:

$$\begin{cases} p_1 = p_{11} + p_{12} \\ p_2 = p_{22} + p_{21} \end{cases}, \quad (4)$$

где  $p_{11}$  — давление, возникающее на первом приёмнике под воздействием падающей волны;  $p_{12}$  — давление на первом приёмнике со стороны второго;  $p_{22}$  и  $p_{21}$  определяются аналогично.

Кроме того, при падении плоской волны под некоторым углом  $\alpha$  к оси, соединяющей центры приемников, которые для определенности будем считать сферическими, необходимо учесть дополнительный сдвиг фаз  $\Delta\varphi = k\Delta l = kh \cos \alpha$  (рис. 1).

Давление рассеянной волны можно представить в виде суммы монопольной и дипольной составляющих [8–11]:

$$p_{12} = p_m + p_d,$$

$$\text{где } p_m = \rho c V z_m e^{i(\omega t - \varphi)}, \quad z_m = \frac{(kR)^2}{kh} \frac{i + kR}{1 + kR^2},$$

$$p_d = \rho c V z_d e^{i(\omega t - \varphi)}, \quad z_d = \frac{(kR)^3}{(kh)^2} \frac{(kh - i)(2 - (kR)^2 - 2ikR)}{(2 - (kR)^2)^2 + (2kR)^2} \cos \alpha e^{i(\omega t - \varphi)}$$

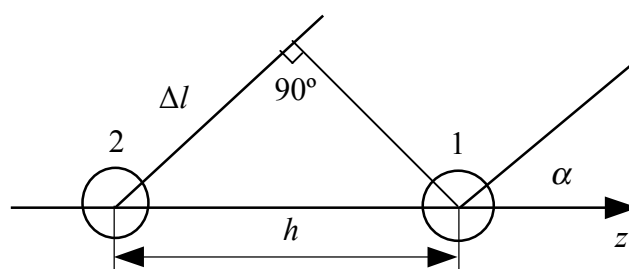


Рис. 1. Сферические приёмники звукового давления (1, 2) для измерения интенсивности,  $\alpha$  – угол падения плоской звуковой волны.

Тогда для давлений на приемниках будем иметь:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_0 \left( e^{i\omega t} + (z_m + z_d) e^{i(\omega t - (k h (1 + \cos \alpha) - k R))} \right), \\ p_2 &= p_0 \left( e^{i(\omega t - k h \cos \alpha)} + (z_m - z_d) e^{i(\omega t - k h + k R)} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Запишем измеряемую методом двух микрофонов интенсивность звука (1–3) в комплексной форме с учётом выражений для давлений (4), (5):

$$\begin{aligned} I_{\text{изм}} &= \frac{1}{2T} \int_0^T \text{Re}(pV^*) dt = \\ &= \frac{1}{4T\rho h} \text{Re} \left[ f_1^2 \int_0^T p_1 \int_0^t p_1^* dt dt + f_1 f_2 \left( \int_0^T p_2 \int_0^t p_1^* dt dt - \int_0^T p_1 \int_0^t p_2^* dt dt \right) - f_2^2 \int_0^T p_2 \int_0^t p_2^* dt dt \right], \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{где } p = \frac{p_1 + p_2}{2}, \quad V = \frac{1}{\rho} \int_0^t \frac{p_2 - p_1}{h} dt; \quad p_1 = \frac{U_1}{M_1}, \quad p_2 = \frac{U_2}{M_2}; \quad U_1 \text{ и } U_2 - \text{напряжения,}$$

возникающие на преобразователях,  $M_1 = M_0 f_1$ ,  $M_2 = M_0 f_2$  – чувствительности микрофонов с учетом их взаимного влияния.

Вычисляя слагаемые в квадратных скобках (6), получим, что вклад первого и последнего слагаемых равен нулю, и измеряемая интенсивность определяется только средним членом. Тогда выражение для искомой измеряемой интенсивности звука будет

$$I_{\text{изм}} = \frac{p^2 \cos \alpha}{2\rho c k h \cos \alpha} f_1 f_2 \left[ \sin(kh \cos \alpha) + 2 \operatorname{Im} \left( z_d e^{-ik(h-R)} \right) + \operatorname{Im} \left( (z_m + z_d)(z_m - z_d)^* e^{-ikh \cos \alpha} \right) \right].$$

Представляя акустические сопротивления  $z_m$  и  $z_d$  в виде суммы активной и реактивной составляющих  $z_m = r_m + ix_m$ ,  $z_d = r_d + ix_d$ , получим

$$I_{\text{изм}} = \frac{p^2 \cos \alpha}{2\rho c} f_1 f_2 \left[ \frac{\sin(kh \cos \alpha)}{kh \cos \alpha} + 2 \left( \frac{x_d \cos k(h-R) - r_d \sin k(h-R)}{kh \cos \alpha} \right) + \right. \\ \left. + \frac{2(r_m x_d - x_m r_d) \cos(kh \cos \alpha) - (r_m^2 + x_m^2 - r_d^2 - x_d^2) \sin(kh \cos \alpha)}{kh \cos \alpha} \right],$$

$$\text{где } r_m = \frac{x^3}{3y(1+x^2)}, \quad x_m = \frac{x^2}{3y(1+x^2)}, \quad r_d = \frac{x^3(2y-x^2y-2x)\cos\alpha}{y^2(4+x^4)},$$

$$x_d = \frac{x^3(x^2-2xy-2)\cos\alpha}{y^2(4+x^4)}, \quad x = kR, \quad y = kh.$$

Первое слагаемое, стоящее в квадратных скобках, совпадает с описанной в [3, 4] погрешностью конечно-разностного приближения; остальные слагаемые ответственны за взаимодействие.

Учитывая, что точное значение интенсивности имеет вид  $I_{\text{точн}} = p^2 \cos \alpha / (2\rho c)$ , выражение для уровня систематической погрешности может быть записано как

$$L_e = 10 \lg \left( \frac{I_{\text{изм}}}{I_{\text{точн}}} \right) = 10 \lg \left[ f_1 f_2 \left( \frac{\sin(y \cos \alpha)}{y \cos \alpha} + \frac{2(x_d \cos(y-x) - r_d \sin(y-x))}{y \cos \alpha} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2(r_m x_d - x_m r_d) \cos(y \cos \alpha) - (r_m^2 + x_m^2 - r_d^2 - x_d^2) \sin(y \cos \alpha)}{y \cos \alpha} \right) \right]. \quad (7)$$

В полученном выражении (7) остаются неизвестными относительные чувствительности приемников  $f_1$  и  $f_2$ , которые вследствие взаимных дифракционных эффектов также меняют свои значения по сравнению с уединенным сферическим приемником звука. Представляя относительные чувствительности первого и второго ( $i=1, 2$ ) сферических приёмников с учетом взаимодействия в виде [1], получим

$$f_i = \frac{M_i}{M_0} = \frac{\sqrt{r_{si}}}{x} \left[ \left[ 1 - bx^2 \left( 1 + \frac{ax_{si}}{x} \right) \right]^2 + \left( \frac{baxr_{si}}{\eta'_i} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

где  $M_0$  — чувствительность одиночной сферы в режиме приёма,  $a$  и  $b$  — параметры приёмника,  $\eta'_i = r_{si}/(r_{si} + r_n)$  — коэффициенты полезного действия (КПД) преобразователей, соответствующие новым сопротивлениям излучения с учётом взаимодействия,  $r_n$  — удельное сопротивление механических потерь преобразователя,  $r_{si}$  и  $x_{si}$  представляют собой активные и реактивные составляющие сопротивления излучения сфер с учетом взаимодействия.

Для нахождения сопротивлений излучения сфер с учетом взаимодействия будем считать сферы абсолютно жесткими (несжимаемыми) и неподвижными, что соответствует реализуемым в большинстве практических случаев условиям значительного превышения плотности и жесткости приемников, над аналогичными параметрами окружающей среды (воды или воздуха).

В этом случае активная составляющая удельного сопротивления излучения первой сферы имеет вид

$$r_{s1} = \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^2}{3y} \left[ \frac{x \cos(y(1+\cos\alpha)-x) + \sin(y(1+\cos\alpha)-x)}{1+x^2} - \right. \\ \left. - 3x \cos\alpha \frac{(2xy+2-x^2) \sin(y(1+\cos\alpha)-x) + (x^2y+2x-2y) \cos y(1+\cos\alpha)}{y(x^4+4)} \right], \quad (9)$$

реактивная составляющая:

$$x_{s1} = \frac{x}{1+x^2} + \frac{x^2}{3y} \left[ \frac{\cos(y(1+\cos\alpha)-x) - x \sin(y(1+\cos\alpha)-x)}{1+x^2} - \right. \\ \left. - 3x \cos\alpha \frac{(2xy+2-x^2) \cos(y(1+\cos\alpha)-x) - (x^2y+2x-2y) \sin y(1+\cos\alpha)}{y(x^4+4)} \right]. \quad (10)$$

Активная составляющая удельного сопротивления излучения второй сферы:

$$r_{s2} = \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^2}{3y} \left[ \frac{x \cos(y-x) + \sin(y-x)}{1+x^2} + \right. \\ \left. + 3x \cos \alpha \frac{(2xy + 2 - x^2) \sin(y-x) + (x^2y + 2x - 2y) \cos(y-x)}{y(x^4 + 4)} \right], \quad (11)$$

реактивная составляющая:

$$x_{s2} = \frac{x}{1+x^2} + \frac{x^2}{3y} \left[ \frac{\cos(y-x) - x \sin(y-x)}{1+x^2} + \right. \\ \left. + 3x \cos \alpha \frac{(2xy + 2 - x^2) \cos(y-x) - (x^2y + 2x - 2y) \sin(y-x)}{y(x^4 + 4)} \right]. \quad (12)$$

Подстановка выражений (9–12) в (8) позволяет определить частотные характеристики относительных чувствительностей преобразователей. Отметим, что с уменьшением размеров преобразователей взаимное влияние их друг на друга ослабевает. Чувствительность каждого из приёмников в паре существенно зависит также и от направления падения звука. Дифракционное взаимовлияние приводит к искажению характеристики направленности преобразователей, входящих в пару, увеличение волновых размеров преобразователей усиливает это искажение.

Зависимости уровней систематической погрешности, вызываемых дифракционным взаимным влиянием микрофонов от волнового расстояния между преобразователями при  $h/R = 3$ , представлены на рис. 2. Кривая 1 описывает влияние искажения поля давления падающей волны рассеянием ее на другом входящем в пару приемнике без учета изменения чувствительностей микрофонов и получена из (7) при  $f_1 = f_2 = 1$ . В отличие от полученной в [12] в предположениях  $kR \ll 1$ ,  $h \gg R$  зависимости, в уточненном соотношении (7) учтены члены первого и второго порядка по  $kR$  и  $kh$ , что приводит к ненулевым значениям уровня погрешности при малых  $kh$ . Однако наибольшее влияние этот эффект оказывает в области высоких частот, ограничивая диапазон измерения сверху.

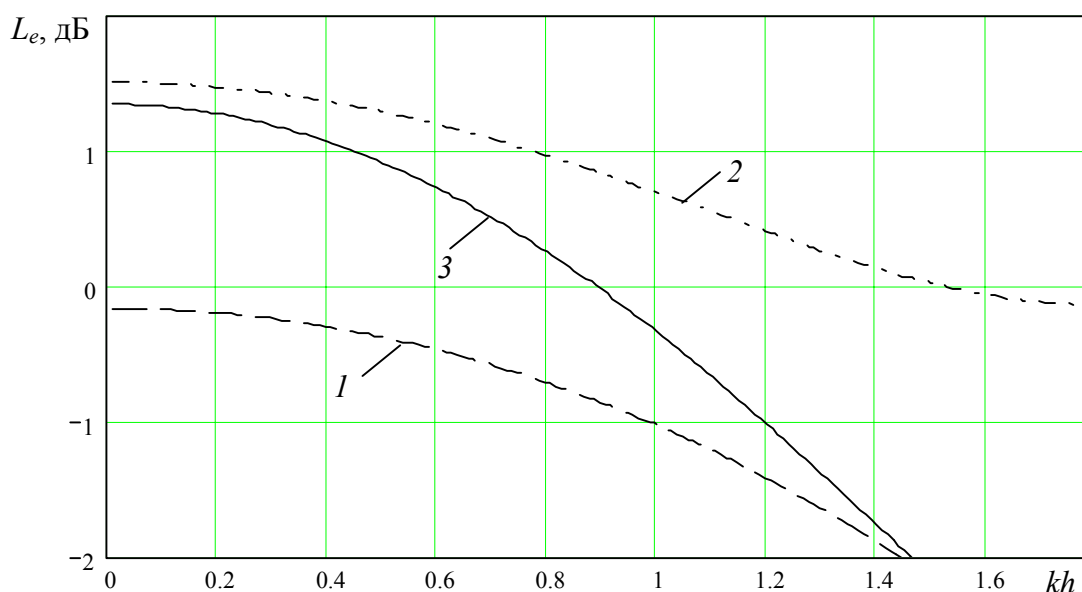


Рис. 2. Зависимость уровня систематической погрешности от волнового расстояния между преобразователями при  $h/R = 3$

Кривая 2 описывает влияние дифракционного искажения чувствительностей приемников на уровень погрешности измерения интенсивности согласно выражению  $L_e = 10 \log f_1 f_2$ . В области низких частот ее вклад противоположен влиянию искажения давлений на преобразователях и является определяющим.

Кривая 3 представляет собой суммарное влияние дифракционного искажения давления с учетом изменения чувствительности микрофонов на уровень систематической погрешности, полученный путем подстановки выражений (8–12) в (7). Результирующая погрешность близка к нулю только в ограниченном сверху и снизу диапазоне частот.

На уровне погрешности 1.5 дБ рабочий диапазон волновых размеров  $kh$  описанного преобразователя составляет  $0 \leq kh \leq 1.38$  при  $h/R = 3$ ;  $0.15 \leq kh \leq 1.46$  при  $h/R = 4$ ;  $0.39 \leq kh \leq 1.55$  для пренебрежимо малых размеров сферического микрофона по сравнению с расстоянием между микрофонами. Таким образом, относительное уменьшение размеров микрофонов приводит к сдвигу рабочего диапазона интенсиметра в сторону более высоких частот, накладывая при заданном уровне погрешности ограничение на частотный диапазон со стороны низких частот.

Выбор волновых размеров расстояния между микрофонами в диапазоне  $0.4 \leq kh \leq 1.3$  позволяет достичь погрешности в пределах  $\pm 1.5$  дБ практически при любых соотношениях между размерами микрофонов и расстоянием между ними. Следует отметить, что полученное с учетом дифракции ограничение на частотный диапазон для измерения интенсивности плоской волны оказывается более строгим, чем сформулированное в [3, 4] ограничение из-за конечно-разностного приближения для квадрупольного источника звука.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методу двух микрофонов присущи известные систематические погрешности, вызываемые конечно-разностным приближением и расхождением фазовых характеристик каналов приёмников. Взаимное влияние приемников вследствие дифракционных эффектов приводит к возникновению нового типа систематических погрешностей. На результат измерения интенсивности звука дифракция может влиять двумя способами: посредством искажения поля давления падающей волны рассеянием ее на другом входящем в пару приемнике и посредством влияния изменения акустических сопротивлений приемников на их чувствительность.

Погрешность из-за искажения чувствительности микрофонов увеличивается при малых волновых размерах расстояния между преобразователями и убывает при увеличении расстояния между ними. Погрешность вследствие дифракционного искажения давления, учитываемая совместно с погрешностью конечно-разностного приближения, увеличивается с ростом волнового расстояния между преобразователями. Эти два эффекта ограничивают частотный диапазон работы интенсивметра в области низких и высоких частот.

Относительное уменьшение размеров микрофонов приводит к сдвигу рабочего диапазона интенсивметра в сторону более высоких частот.

Полученные зависимости уровня дифракционной погрешности измерения интенсивности позволяют выбрать рабочий диапазон волновых размеров расстояния между микрофонами при заданном ограничении уровня. Найденная связь между измеряемой и истинной интенсивностями позволяет учесть искажение прибором измеряемых величин в процессе обработке результатов измерения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Колесников А. Е. Акустические измерения. Л.: Судостроение, 1983.
2. Intensity measurements. The analysis technique of the nineties. Bruel & Kjaer. Naerum, 1988.
3. Янг С., Эллисон А. Измерение шума машин. Пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1988.
4. Tompson J. K., Tree D. R. Finite difference approximation errors in acoustic intensity measurements. J. Sound and Vibration. 1981. V. 75. № 2. 229–238.
5. Chung I. Y. Cross-spectral method of measuring acoustic intensity without error caused by instrument phase mismatch. JASA. 1978. V. 64. № 6. 1613–1616.
6. Шейнман И. Л. Погрешности измерения интенсивности звука, вызываемые взаимным влиянием используемых приемников. Известия ГЭТУ. 1993. № 456. 38–41.
7. Шейнман И. Л. Погрешности измерения интенсивности звука в воде, вызываемые взаимным влиянием используемых приемников. Техническая акустика. 1995. Т. 4. № 3–4. 50–53.
8. Акустика в задачах. Учеб. рук-во для Вузов. под ред. Гурбатова С. Н. и Руденко О. В. М.: Наука, Физматлит, 1996.
9. Тюрин А. М. Теоретическая акустика. Л. 1971
10. Смаришев М. Д., Добровольский Ю. Ю. Гидроакустические антенны. Справочник. Л.: Судостроение, 1984.
11. Лепендин Л. Ф. Акустика. Учеб. Пособие для втузов. М.: Высш. Школа, 1978.
12. Шейнман И. Л., Ильин Д. В. Особенности влияния дифракции при измерении интенсивности звука в воде. Материалы международной конференции «Гидроакустика 2002». С-Петербург, 2002.