

С. В. Шлычков

Марийский государственный технический университет

Россия, 424000, г. Йошкар-Ола, пл. Ленина, д. 3, e-mail: shlychkovsv@marstu.mari.ru

Исследование зависимости собственного волнового поля деки от ее геометрических и физических параметров

Получена 28.11.2005, опубликована 22.12.2005

Представлены методика расчета и результаты численного анализа волновых полей тонкостенных конструкций — дек музыкальных инструментов. Вибрации конструкции инициируются посредством нормальной гармонической силы. Рассмотрен диапазон частот от 0 до 1000 Гц. Исследована зависимость вибрационного поля конструкции от ее геометрических и физико-механических характеристик. На основании анализа полученных зависимостей установлено, что анизотропия физико-механических свойств конструкции, усложнение контура способствуют более равномерному распределению энергии колебаний по частотному диапазону.

Наиболее распространенными элементами приборов, машин и аппаратуры, излучающими звук, являются тонкостенные конструкции: пластины и оболочки. Звукоизлучение таких колебательных систем обнаруживает особый характер, связанный с наличием сетки узловых линий. Установление основных закономерностей этих явлений является важной задачей, поскольку дает ключ к разработке наиболее целесообразных методов уменьшения или увеличения излучательной способности конструкций.

Звукоизлучающие элементы этого типа широко используются в конструкциях струнных музыкальных инструментов (МИ). Одним из наиболее ответственных элементов конструкции струнного МИ является дека — тонкостенная панель сложной геометрической формы, передающая и трансформирующая энергию механических колебаний струн в энергию акустических колебаний. Известно, что частотный состав звука после его обработки специальными средствами усиления меняется. Звук меняет свой тембр в зависимости от амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) усилительного устройства. Аналогично и дека МИ, совершающая колебания под действием струн, изменяет спектральный состав последних в зависимости от собственной АЧХ. Эта резонансная кривая имеет весьма сложную характеристику с наличием большого количества «пиков» и «провалов». Большинство исследователей сходятся во мнении, что идеальные деки должны достаточно ровно излучать звук во всем частотном диапазоне [1, 2]. Для удовлетворения этого требования наличие

больших резонансных «пиков» на АЧХ нежелательно [2]. При этом неравномерности на АЧХ необходимы, поскольку они способствуют концентрации звуковой энергии на определенных частотных областях, называемых формантами. Последние, будучи, расположенными в нужных областях, украшают звук и придают индивидуальность МИ [3]. Создание дек мастерами базируется на смещении формант в нужную частотную область, что определяется путем ее периодического простукивания в процессе изготовления. В результате многовековых поисков и экспериментов были найдены весьма разнообразные конфигурации дек, определены размеры, типы используемых конструкционных материалов. Наиболее удачные из них копируются и тиражируются в наши дни в условиях серийного производства МИ. Очевидно, что дальнейшему развитию и совершенствованию МИ, созданию новых изделий с заданным набором акустических качеств будет способствовать создание научно обоснованных методик проектирования и расчета.

В работе рассматриваются механические вибрации дек. Вытесняемый декой при колебаниях объем воздуха V принимается, как важная характеристика излучения звука на низких частотах [1]. Если в качестве критерия качества выбрать равномерное распределение мощности излучения звука по частоте, то конструкции с равномерным распределением V по частоте будут предпочтительны при использовании их в качестве дек. Считаем, что коэффициенты излучения всех дек примерно одинаковые. В работе определяется зависимость V от частоты колебаний.

Рассмотрено пять конфигураций тонкостенных подкрепленных конструкций: прямоугольная, эллиптическая, круглая, в форме деки гитары модели «Dreadnaught» и в форме модели «Orchestra». В дальнейшем этим конфигурациям будут присвоены № 1, 2, 3, 4 и 5 соответственно (рис. 1).

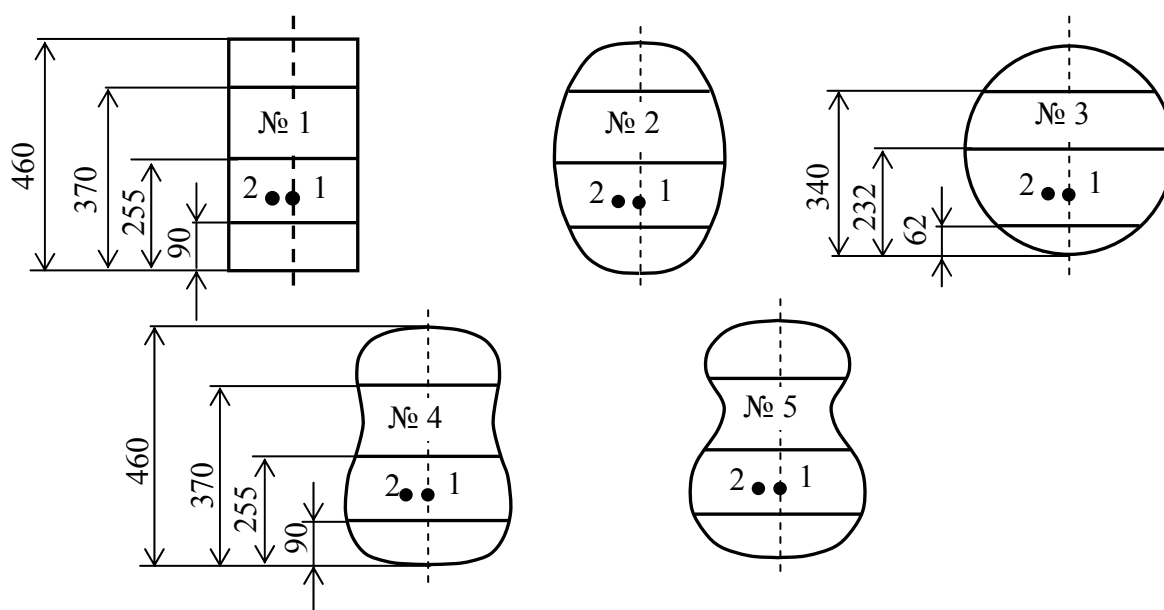


Рис. 1. Конфигурации тонкостенных конструкций

Следует отметить отсутствие резонаторного отверстия для всех вариантов. Необходимость учета этого элемента, безусловно, важна при моделировании создаваемого конструкцией акустического поля, однако влияние резонаторного отверстия на динамические свойства самой конструкции не так существенны [4].

Размеры пластин подобраны таким образом, чтобы их площадь ($0,1267 \text{ м}^2$), высота ($0,46 \text{ м}$ для вариантов № 1, 2, 4, 5), толщина ($0,003 \text{ м}$) и расположение ребер жесткости оставались неизменными для всех конфигураций. Ребра жесткости представляют собой бруски прямоугольного поперечного сечения толщиной 5 мм и высотой 12 мм со скосами по краям (уменьшение высоты поперечного сечения к краям пластины). Точки 1 и 2 обозначают места приложения нормальной вынуждающей силы. Точка 1 используется для возбуждения симметричных мод, 2 — асимметричных.

Для дискретизации конструкции применяются треугольные пластинчатые конечные элементы с 30 степенями свободы и стержневые конечные элементы (КЭ) с 9 степенями свободы [5]. К числу их достоинств относится то, что они являются универсальными, т. е. могут быть использованы для аппроксимации поверхностей произвольной гауссовой кривизны, учитывают анизотропию физико-механических свойств и слоистую структуру материала. Задача динамики описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = \{F(t)\}. \quad (3)$$

Здесь $[M]$, $[K]$ — матрицы масс и жесткости конструкции; $\{\ddot{q}\}$, $\{q\}$ — векторы обобщенных ускорений и перемещений соответственно. Вектор нагрузки имеет вид $\{F(t)\} = F_0 \sin(\Omega t)$, где Ω — круговая частота возбуждения, t — время.

Матрицы масс, жёсткости и вектор нагрузки КЭ вычисляются на основе смешанной вариационной формулировки принципа Хеллингера-Рейсснера и теории тонких оболочек Тимошенко. Применяется независимая аппроксимация полей перемещений и деформаций. Асимметрия расположения рёбер жёсткости учитывается при помощи матрицы преобразований обобщённых координат. Интегрирование выполняется в квадратурах Гаусса. Порядок матриц равняется числу степеней свободы $n = 7635$ — конструкция № 1 и $n = 8205$ — конструкций № 2 – 5.

Для расчета тридцати низших собственных частот и форм колебаний используется метод итераций в подпространстве собственных векторов [6]. Колебательные движения деки представляются суперпозицией низших собственных форм:

$$\{q(t)\} = [\Phi]\{Z(t)\}. \quad (4)$$

Здесь $[\Phi] = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{30}]$ — матрица, составленная из тридцати низших собственных форм, $\{Z(t)\}$ — главные или нормальные координаты.

В этом случае уравнения (3), записанные в главных координатах, становятся разделяющимися относительно них и принимают вид:

$$\ddot{Z}_j + \omega_j^2 Z_j = f_j(t). \quad (5)$$

Здесь $f(t) = \frac{\{F(t)\}}{[M][\Phi]}$, ω_j — круговая частота для j -ой собственной формы.

Для учета внутренних потерь на трение и сопротивления излучения в уравнение (5) вводятся дополнительные члены, пропорциональные скорости нормальных координат:

$$\ddot{Z}_j + \xi_j \omega_j \dot{Z}_j + \omega_j^2 Z_j = f_j(t). \quad (6)$$

где $\xi_j = \frac{\delta_j}{\pi}$ — безразмерный коэффициент демпфирования для j -ой собственной формы; δ — логарифмический декремент колебаний.

Значения коэффициентов демпфирования ξ_j на резонансных частотах ω_j для разнообразных элементов конструкций МИ оказываются различными, поэтому получить единые данные на все случаи практически невозможно. Имеющиеся данные об интенсивности рассеяния энергии колебаний получены путём обработки экспериментальных данных [7] для конкретных условий.

Демпфирующую способность деки оцениваем интегрально по ширине полосы первого «пика» резонансной кривой (по первому тону колебаний). Ширина полосы резонансной кривой прямо пропорциональна безразмерному коэффициенту демпфирования ξ_1 , который определяется формулой [8]:

$$\xi_1 = \frac{f_2 - f_1}{f_{рез}}. \quad (7)$$

На основании экспериментальных данных [7] по первой собственной форме для деки акустической гитары (модель «Orchestra») получен ряд значений коэффициентов демпфирования при возбуждении колебаний в различных точках ($\xi_1 = 0,07...0,11$). Принимаем $\xi_1 = 0,08$. Для высших форм коэффициенты демпфирования определяются на основании экстраполяции [9]:

$$\xi_j \approx \xi_1 (\omega_j / \omega_1)^{0,6}. \quad (8)$$

Расчеты выполнены как для изотропной, так и для анизотропной конструкции. В качестве модели изотропного тела выбран пластик марки СНП-2, он использовался при изготовлении корпусов гитар на некоторых предприятиях музыкальной промышленности. На основании [10] для пластика считаем, что модуль Юнга $E = 2,1$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, плотность материала $\rho = 1200$ кг/м³. В качестве анизотропного тела выбрана древесина ели (конструкционный материал пластины) и сосны (конструкционный материал ребер жесткости). Пластина рассчитывается на основании модели ортотропного тела. Считается, что волокна

древесины ориентированы вдоль длинной стороны. На основании [11] принимаем следующие физико-механические характеристики пластины: $E_1 = 15$ ГПа, $E_2 = 0,335$ ГПа, $G_{12} = 0,622$ ГПа, $G_{13} = 0,422$ ГПа, $G_{23} = 0,043$ ГПа, $\nu_{21} = 0,09$, $\rho = 494$ кг/м³. Индекс 1 соответствует направлению вдоль волокон, 2 — поперек, 3 — направление по нормали к срединной поверхности пластины. Для ребер жесткости (сосна) приняты: $E_1 = 16,6$ ГПа, $G_{13} = 1,18$ ГПа, $\rho = 590$ кг/м³. Полученные значения для десяти низших собственных частот сведены в табл. 1.

Таблица 1. Собственные частоты конструкций

Частота, [Гц]	1		2		3		4		5	
	Пластик	Древесина	Пластик	Древесина	Пластик	Древесина	Пластик	Древесина	Пластик	Древесина
f_1	64	157	54	146	43	129	63	175	62	179
f_2	84	220	82	239	82	230	83	234	93	259
f_3	121	275	123	263	107	262	119	313	124	299
f_4	160	351	137	376	138	343	154	367	142	370
f_5	168	368	172	379	159	380	171	417	179	429
f_6	200	404	175	414	186	439	211	429	236	468
f_7	246	486	241	502	211	456	249	504	237	493
f_8	261	518	252	535	242	491	262	564	244	567
f_9	282	544	262	580	272	564	263	593	258	575
f_{10}	290	598	294	591	287	565	298	595	320	583

Анализ полученных данных позволяет констатировать, что для конструкций из древесины спектр низших собственных частот сдвигается в сторону возрастания. Для пластиковых конструкций низшие частоты получаются в 2–3 раза ниже. Заметна разница (10–40%) в значениях низших собственных частот, связанная с конфигурацией конструкций. Следует отметить более плотный спектральный состав для пластиковых конструкций. Так для конструкции № 3 из пластика в диапазоне от 43 Гц до 287 Гц содержится 10 резонансных частот. Для аналогичной конструкции из древесины 10 низших частот требуют диапазон более 400 Гц (от 129 Гц до 565 Гц).

Полученные графические зависимости вытесняемого объема V от частоты колебаний представлены на рис. 2–6. При этом для всех случаев (а) обозначает характеристику, полученную для изотропного тела, (б) — для анизотропного; сплошная (черная) линия — возбуждение в т. 1, пунктирная (красная) — возбуждение в т. 2.

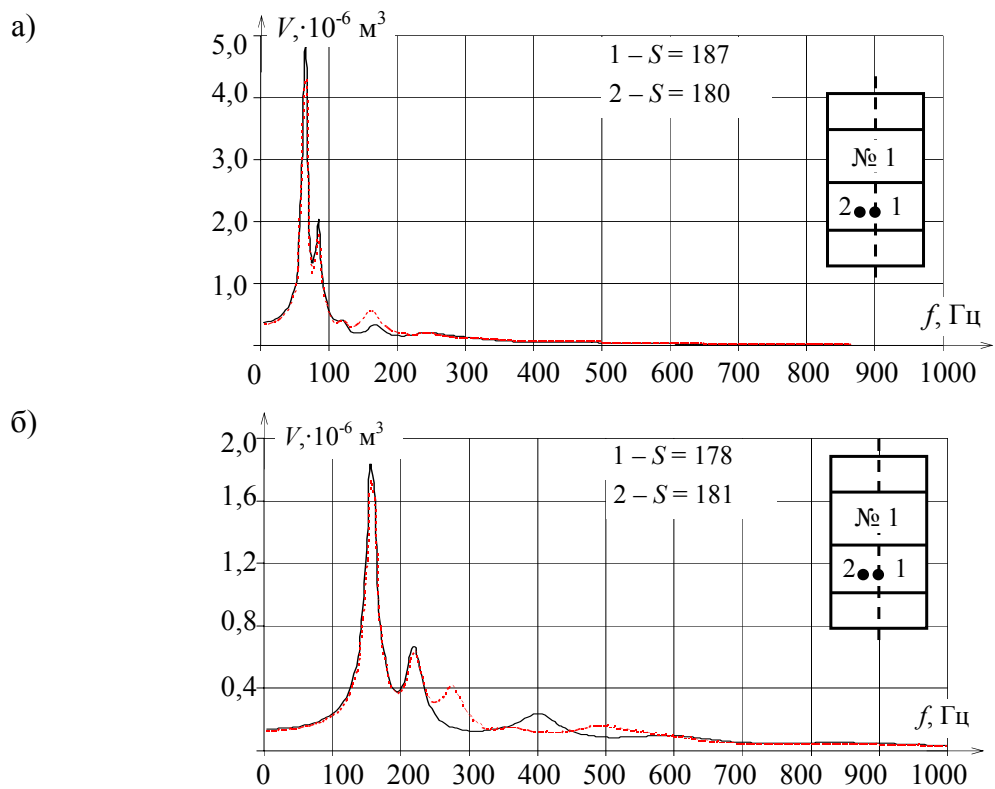


Рис. 2.

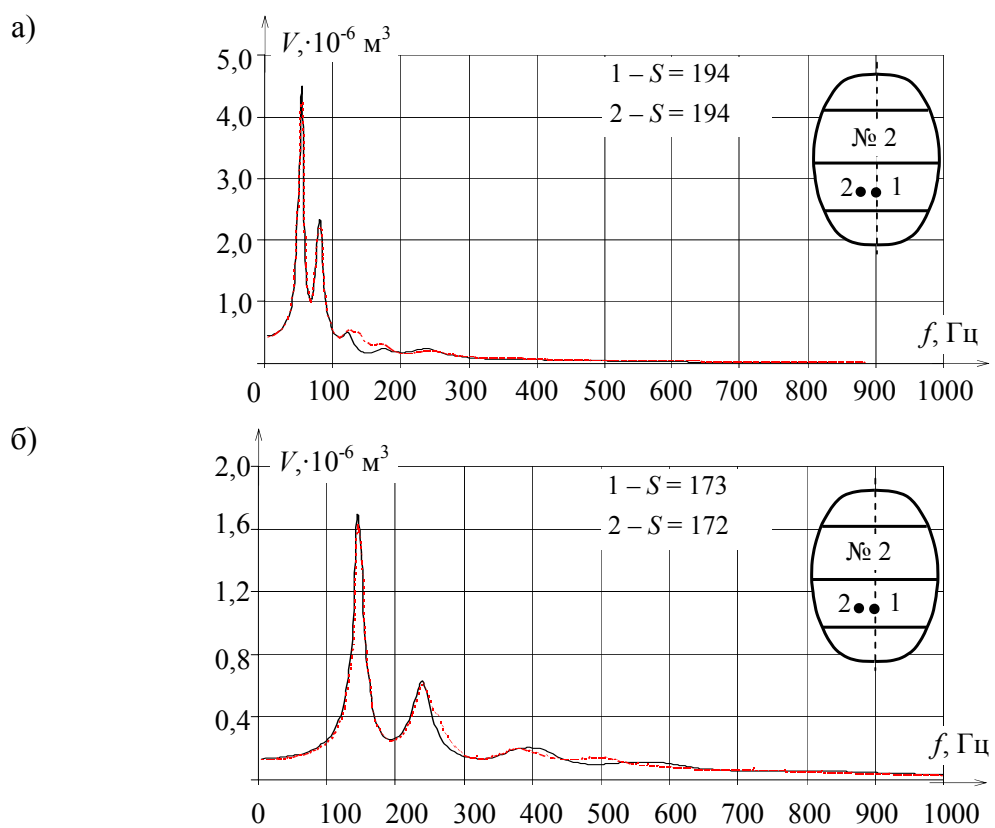


Рис. 3.

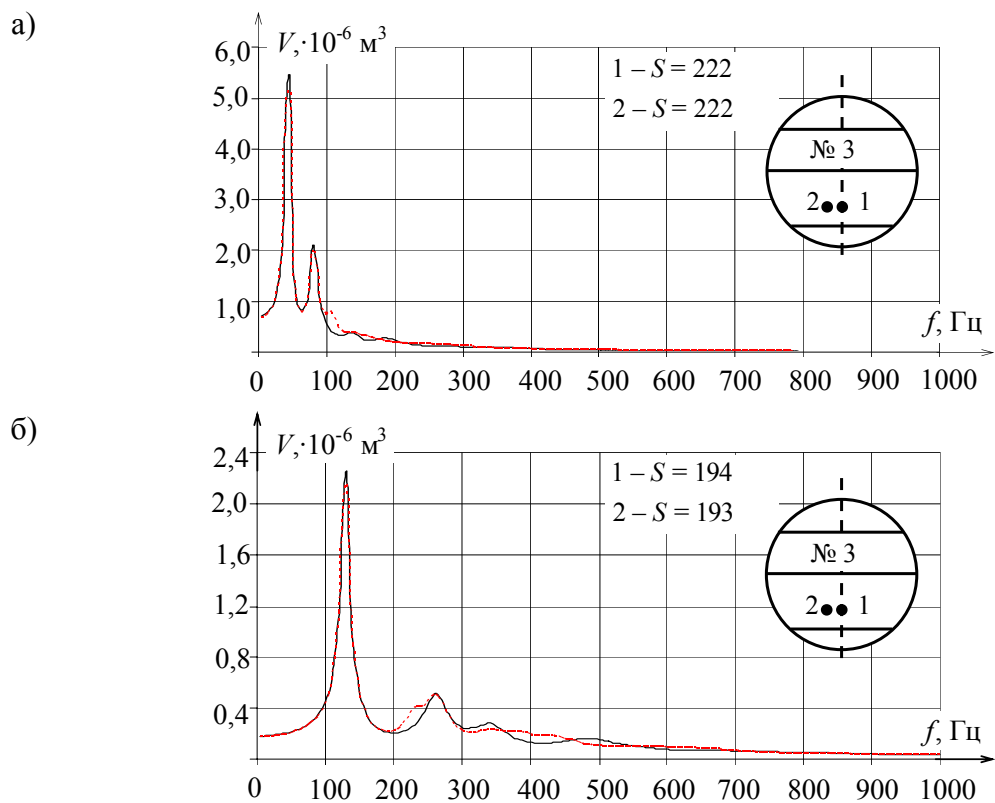


Рис. 4.

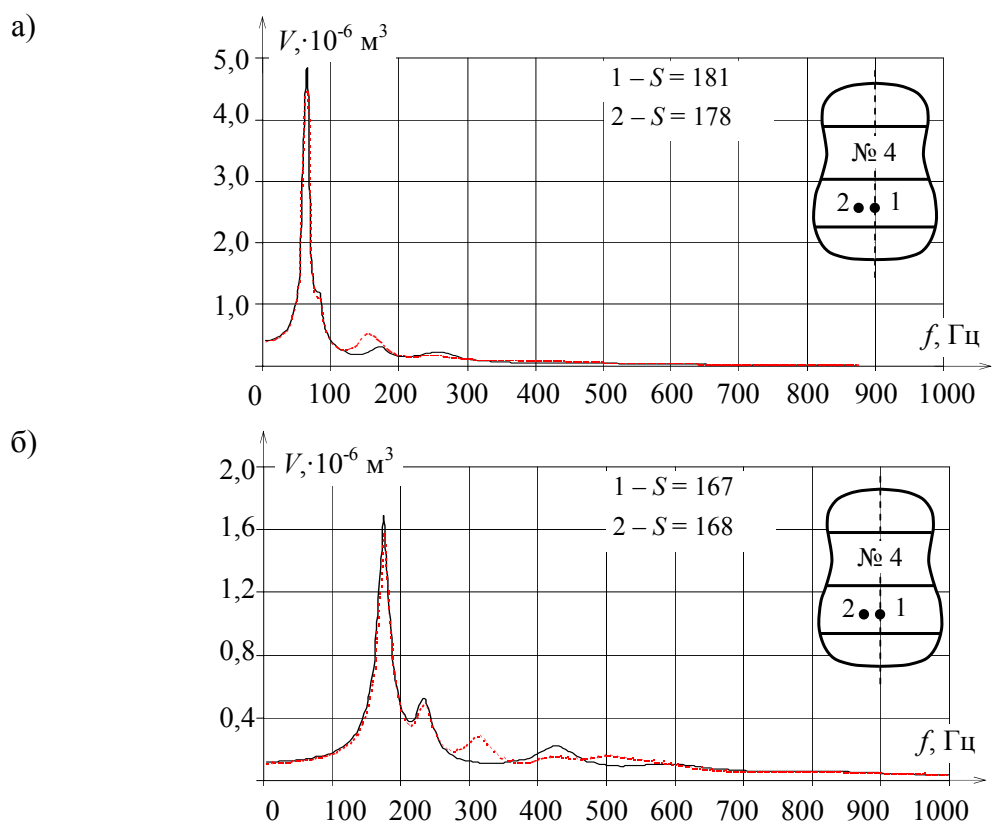


Рис. 5.

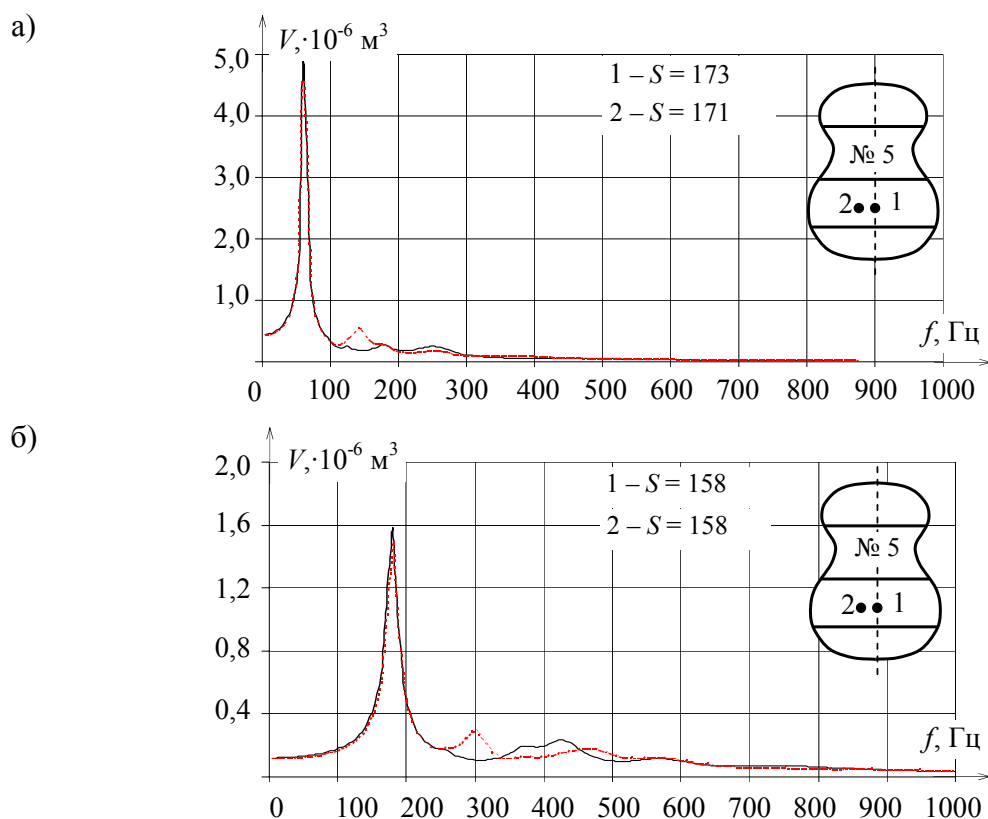


Рис. 6.

Определена площадь S , ограниченная кривыми в диапазоне до 1000 Гц (суммарная величина вытесненного объема воздуха V для каждой точки возбуждения колебаний). С целью оценки распределения вытесняемого объема по частоте составлена табл. 2, в которой эта величина рассчитана для более узких интервалов (100 Гц). Для каждого интервала приводится значение вытесняемого воздушного объема в процентах от S . Это значение указано в верхней строке графы при возбуждении пластины в точке 1 и в нижней — в точке 2.

Анализ табличных данных позволяет сделать следующие выводы.

Для всех конфигураций и типов конструкционных материалов установлено слабое влияние координаты точки возбуждения колебаний на распределение энергии по частотному диапазону. Исключение составляет конструкция №1, для которой перемена точки возбуждения колебаний вызывает более заметное перераспределение энергии по частоте.

В случае изотропной конструкции за вытеснение воздуха ответственны лишь достаточно низкие частоты спектра колебаний. Уже в диапазоне до 100 Гц расходуется более половины общей энергии колебаний. По мере увеличения частоты амплитуды колебаний существенно уменьшаются.

В случае анизотропной конструкции наблюдается значительно более равномерное распределение энергии колебаний по частотному диапазону. При этом низшие собственные частоты заметно повышаются, и максимум энергии приходится на область частот от 100 Гц до 200 Гц.

Таблица 2. Распределение мощности излучения по частотным интервалам в процентах

Частотный диапазон [Гц]	1		2		3		4		5	
	Пластик	Древесина	Пластик	Древесина	Пластик	Древесина	Пластик	Древесина	Пластик	Древесина
0-100	63,3	9,3	65,3	9,6	70	12,5	64,5	8,2	63,2	8,7
	58	8,7	61,7	9,2	67,2	12	60,6	7,7	59,6	8,3
100-200	15,3	38,5	14,7	34	13,9	35,5	13,5	36,5	13,1	36,4
	20,4	35,6	18,5	33	16,4	34,2	18,4	33,8	18,6	34,5
200-300	9,2	17,5	9,1	20	6,1	17	9,9	18,2	11,2	12,8
	8,8	21,9	8	21	6,8	18,6	7,8	18,2	8	15
300-400	4,4	9,1	3,7	9,5	4,2	11,3	3,9	7,4	4	9,5
	4,4	8,4	4,4	9,7	3,7	11,1	4,7	10,2	5,2	9,5
400-500	2,9	8,1	2,8	8	2,2	7,3	2,7	9,8	2,7	11
	2,9	7,5	2,6	8,3	2,3	8	3,3	8,6	3,2	10,2
500-600	1,9	5,2	1,9	6,3	1,3	5,6	2,3	5,9	2,5	6,7
	2,1	6,8	1,8	6,3	1,4	5,1	2	7,8	2	7,8
600-700	1,3	4,2	1,2	4,3	1	3,5	1,5	4,9	1,5	4,8
	1,5	3,7	1,3	4,2	0,9	4,2	1,4	4,4	1,4	4,9
700-800	0,9	2,9	0,7	3,2	0,6	3	0,9	3,4	0,9	4,3
	0,9	2,6	0,8	3,6	0,6	2,7	0,9	3,4	1	3,7
800-900	0,5	2,9	0,4	3	0,4	2,4	0,5	3,3	0,5	3,3
	0,5	2,6	0,5	2,8	0,4	2,1	0,5	3,2	0,6	3,3
900-1000	0,3	2,3	0,3	2,3	0,3	1,9	0,4	2,4	0,4	2,4
	0,4	2,2	0,3	2,1	0,3	1,9	0,4	2,5	0,4	2,8
0-1000 (100%)	187	177	194	173	222	194	181	167	173	158
	180	181	194	173	222	193	178	168	171	158

Сопоставительный анализ графиков на рис. 3–7(б) также позволяет сделать определенные выводы. Конструкция № 3 имеет наиболее ярко выраженный первый «пик» (его высота в 1,5 раза превышает высоты первых «пику» у остальных конструкций), что делает менее однородным распределение энергии по частоте и не согласуется с отмеченным выше критерием качества.

Таким образом, можно считать, что анизотропная пластина с более сложной («гладкой») конфигурацией контура более предпочтительна при использовании в качестве деки.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 05-08-18076 а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Римский-Корсаков А. В., Дьяконов Н. А. Музыкальные инструменты: Методы исследований и расчеты. М., Местная промышленность, 1952, 345 с.
2. Порвенков В. Г. Акустика и настройка музыкальных инструментов. М., Музыка, 1990, 192 с.
3. Галембо А. С. Фортепиано. Качество звучания. М., Легпромбытиздат, 1987, 163 с.
4. Шлычков С. В. Методика расчета корпусных элементов музыкальных инструментов: Автореф. дис... канд. техн. наук. МГТУ им. Н. Э. Баумана, М, 2004.
5. Попов Б. Г. Расчет многослойных конструкций вариационно-матричными методами. М., Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1993, 294 с.
6. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. М., Стройиздат, 1982, 448 с.
7. Шлычков С. В. Расчетно-экспериментальное исследование динамических свойств гитарной деки. Механика композиционных материалов и конструкций, 2001, т. 7, №3, с. 389–400.
8. Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Д. Демпфирование колебаний. М., Мир, 1988, 448 с.
9. Weaver W., Johnson P. Structural dynamics by finite elements. New Jersey, Prentice-Hall, 1987, 592 с.
10. Каменев Е. И., Мясников Г. Д., Платонов М. П. Применение пластических масс. Справочник. Л., Химия, 1985, 448 с.
11. Ашкенази Е. К., Ганов Э. В. Анизотропия конструкционных материалов. Справочник. Л., Машиностроение, 1980, 247 с.