

А. М. Гаврилов

*Технологический институт Южного Федерального университета в г. Таганроге
347928 Ростовская обл., Таганрог, ГСП-17А, Некрасовский пер., 44
e-mail: gavr_am@mail.ru*

Сферически расходящиеся пучки с резко выраженной границей

Получена 07.04.2008, опубликована 18.04.2008

Анализируются амплитудно-фазовая структура поля и пространственная динамика кривизны фазового фронта гармонической волны в сферически расходящихся звуковых пучках при различных распределениях амплитуды по поверхности излучателя. Для осесимметричных пучков с узким угловым спектром в рамках квазиоптического приближения рассмотрены особенности совместного влияния геометрической расходимости и дифракции волны. Сопоставлены пространственные характеристики пучков с резко выраженной границей и пучков с гауссовым и однородным распределениями амплитуды по фронту.

Ключевые слова: дифракция, геометрическая расходимость, фазовый фронт, кривизна фронта, зоны Френеля, обращение фокусировки.

ВВЕДЕНИЕ

Волновые пучки, в поперечном сечении которых амплитуда уменьшается от оси к краям, спадая до нуля, принято называть пучками с резко выраженной границей [1]. Выделение их в отдельную группу связано с необходимостью рассмотрения особенностей проявления дифракционных эффектов в полях, создаваемых излучателями конечных размеров. Для удобства вычисления дифракционных интегралов часто используют [1, 2] амплитудные распределения, не имеющие нулевого значения за пределами апертуры излучателя, полагая, что амплитуда в области тени асимптотически стремится к нулю. Подобная аппроксимация формы колебаний реальных излучателей существенно не сказывается на основных показателях, характеризующих дальнюю область. Однако в ближней области под влиянием сильной расходимости пучка с резко выраженной границей амплитудно-фазовая структура поля может существенно отличаться от используемой модели [1]. Пренебрежение отмеченными особенностями неприемлемо в задачах, где влияние дифракции (ближней области) на исследуемый процесс является определяющим: измерение скорости звука и затухания [3, 4], нелинейное распространение неоднородных звуковых волн [1, 2, 5, 6], геометрическая дисперсия дифрагирующих пучков [7–9] и др.

Для сферически расходящегося пучка с равномерным распределением амплитуды по фронту волны [10–12], являющегося частным случаем пучка с резко выраженной

границей, отмечаются качественные изменения структуры поля в зависимости от кривизны излучателя. В основе изменений лежит интерференция фазовых зон Френеля, достигающая наибольшего проявления в приосевой области. При соответствующих условиях в дальней области поля формируется максимум или минимум угловой зависимости амплитуды, осевое распределение амплитуды может монотонно спадать с крутизной 20 или 40 дБ на декаду изменения расстояния, либо иметь локальный минимум с нулевой амплитудой, координата которого определяется соотношением кривизны и длины области дифракции пучка.

В сферически расходящемся пучке с гауссовым распределением амплитуды, который не имеет резкого перехода в область тени и является одной из наиболее простых моделей в смысле аналитического описания поля, подобные закономерности не наблюдаются [8]. Так, в дальней области амплитуда на акустической оси при любом значении кривизны излучателя монотонно убывает с расстоянием со скоростью -20 дБ/дек подобно сферической волне.

Целью работы является устранение существующего противоречия в том влиянии, которое оказывает геометрическая расходимость на поведение дифрагирующей волны с гауссовым и равномерным распределениями амплитуды. В связи с этим интерес представляет задача об исследовании промежуточных случаев, решение которой на примере пучков с резко выраженной границей позволит обобщить закономерности формирования поля сферически выпуклыми излучателями.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СФЕРИЧЕСКИ РАСХОДЯЩИХСЯ ПУЧКОВ

При рассмотрении сферически расходящихся пучков с узким угловым спектром воспользуемся решением параболического уравнения дифракции для приблизительно плоской волны $P(x, y, z) \exp[i(\omega t - kz)]$ с радиусом кривизны фронта существенно большим длины волны и малым изменением амплитуды вдоль фронта на расстояниях порядка длины волны [2, 13]. Тогда комплексная амплитуда волны в произвольной точке параксиальной области поля осесимметричного пучка запишется выражением [7]

$$P_n(r_n, z_n) = \frac{2i}{z_n} \exp\left(-\frac{ir_n^2}{z_n}\right) \int_0^\infty f(r_{n0}) \exp\left[-\frac{ir_{n0}^2(1 + \delta_0 z_n)}{z_n}\right] J_0\left(\frac{2r_{n0}r_n}{z_n}\right) r_{n0} dr_{n0}, \quad (1)$$

где $z_n = z/l_\phi = 2z/ka^2$; $r_n = r/a$; $\delta_0 = l_\phi/R_0 = ka^2/2R_0$; $P_n(r_n, z_n) = P(r_n, z_n)/A_0$; r и z — поперечная и продольная (осевая) координаты; $k = \omega/c_0$; R_0 и a — радиус кривизны и радиус апертуры излучателя ($R_0 \gg a$); $l_\phi = ka^2/2$ — длина области дифракции Френеля (ближней области) пучка; A_0 — амплитуда в точке $\{r, z\} = 0$; δ_0 — начальная ($z_n = 0$) кривизна волнового фронта, отнесенная к дифракционной длине пучка.

В решении (1) учтен переход от декартовых (x, y) к полярным (r, γ) координатам точки наблюдения в плоскости, перпендикулярной оси пучка на расстоянии z . Функция $f(r_n)$ описывает распределение амплитуды вдоль апертуры излучателя. Совместное влияние дифракции и геометрической расходимости на структуру поля

ранее рассматривалось для гауссового [8] пучка, $f(r_n) = \exp(-r_n^2)$, и пучка с равномерным [10] распределением амплитуды по фронту, $f(r_n) = 1$ при $r_n \leq 1$ и $f(r_n) = 0$ при $r_n > 1$. Пределы интегрирования для гауссового пучка указаны в (1), в пучке с равномерным возбуждением они ограничены размерами апертуры, $r_{n0} \in [0; 1]$.

Интерес к гауссовому распределению амплитуды при рассмотрении акустических задач [2, 7, 8] обусловлен возможностью получения в рамках квазиоптического приближения точных аналитических решений простого вида, что позволяет проследить ряд важных особенностей, присущих дифрагирующим пучкам. Несмотря на очевидную условность, эта модель благодаря простоте анализа дает наглядное представление об основных закономерностях поведения дифрагирующей волны, что важно для понимания таких же процессов в более сложных ситуациях.

Имея на практике дело с излучателями конечных размеров, в случае высоких частот можно считать, что на входе среды исходное возмущение вне излучающей поверхности отсутствует, т.е. присутствует явная граница с областью тени [1]. Частным случаем являются пучки, создаваемые излучателями с равномерным возбуждением. Однако их реализация сопряжена с техническими трудностями из-за появления амплитудного распределения вдоль излучающей поверхности, форма которого зависит от свойств используемых пьезоматериалов, конструкции излучателя, условий эксплуатации, многомодового характера колебаний пьезоэлемента на рабочей частоте и др.

Распределение $f(r_n)$ с нулевыми значениями вне излучающей поверхности ($r_n > 1$) и максимумом амплитуды в центре пучка ($r_n = 0$) можно описать функцией

$$f(r_n) = \begin{cases} (1 - r_n^{2N})^m, & r_n \leq 1; \\ 0, & r_n > 1, \end{cases} \quad \{N, m\} = 1, 2, 3, \dots; \quad (2)$$

форма которой задается соответствующим подбором величин m и N . Как показано в [7], с увеличением N при $m = 1$ функция $f(r_n)$ стремится к виду, соответствующему излучателю с равномерным возбуждением. Напротив, рост m при $N = 1$ приводит к сужению амплитудного распределения, приближая его к гауссоиду.

Выбрав соответствующие N и m , проведем численный анализ поля сферически расходящихся пучков с резко выраженной границей и различными $f(r_n)$, переходя последовательно от случая равномерного возбуждения излучателя к распределению в виде гауссоиды. В рамках единого подхода, исключив погрешности, сопровождающие использование разных методов решения этой задачи, рассмотрим изменения поля при разных сочетаниях вкладов дифракции и геометрической расходимости.

Сохраним возможность сопоставления получаемых результатов с пучками плоского излучателя [7], проведя дальнейший анализ с привлечением рассмотренных случаев:

$$f_1(r_n) = (1 - r_n^2)^2; \quad f_2(r_n) = 1 - r_n^2; \quad f_3(r_n) = 1 - r_n^4; \quad f_4(r_n) = 1 - r_n^6. \quad (3)$$

Точно взять интеграл (1) для произвольной точки поля пучков (2) не удастся. Для осевых зависимостей амплитуды такие решения возможны. Так, для (3) получаем:

$$P_{n1}(r_n = 0; z_n) = \frac{1}{1 + \delta_0 z_n} \left\{ 1 + 2 \left(\frac{z_n}{1 + \delta_0 z_n} \right)^2 \left[\cos \left(\frac{1 + \delta_0 z_n}{z_n} \right) - 1 \right] + \right. \\ \left. + 2i z_n / (1 + \delta_0 z_n) [1 - z_n / (1 + \delta_0 z_n) \sin((1 + \delta_0 z_n) / z_n)] \right\}; \quad (4)$$

$$P_{n2}(r_n = 0; z_n) = \frac{1}{1 + \delta_0 z_n} \left\{ 1 - \frac{z_n}{1 + \delta_0 z_n} \sin \left(\frac{1 + \delta_0 z_n}{z_n} \right) - i \frac{z_n}{1 + \delta_0 z_n} \left[\cos \left(\frac{1 + \delta_0 z_n}{z_n} \right) - 1 \right] \right\}; \quad (5)$$

$$P_{n3}(r_n = 0; z_n) = \frac{1}{1 + \delta_0 z_n} \left\{ 1 + 2 \left(\frac{z_n}{1 + \delta_0 z_n} \right)^2 - \frac{2z_n}{1 + \delta_0 z_n} \left[\frac{z_n}{1 + \delta_0 z_n} \cos \left(\frac{1 + \delta_0 z_n}{z_n} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sin \left(\frac{1 + \delta_0 z_n}{z_n} \right) \right] - 2i \frac{z_n}{1 + \delta_0 z_n} \left[\cos \left(\frac{1 + \delta_0 z_n}{z_n} \right) - \frac{z_n}{1 + \delta_0 z_n} \sin \left(\frac{1 + \delta_0 z_n}{z_n} \right) \right] \right\}; \quad (6)$$

$$P_{n4}(r_n = 0; z_n) = \frac{1}{1 + \delta_0 z_n} \left\{ 1 - \frac{3z_n}{1 + \delta_0 z_n} \left[\frac{2z_n}{1 + \delta_0 z_n} \cos \left(\frac{1 + \delta_0 z_n}{z_n} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \left[1 - 2 \left(\frac{z_n}{1 + \delta_0 z_n} \right)^2 \right] \sin \left(\frac{1 + \delta_0 z_n}{z_n} \right) \right] - i \frac{3z_n}{1 + \delta_0 z_n} \left[\left[1 - 2 \left(\frac{z_n}{1 + \delta_0 z_n} \right)^2 \right] \cos \left(\frac{1 + \delta_0 z_n}{z_n} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - 2z_n / (1 + \delta_0 z_n) \sin((1 + \delta_0 z_n) / z_n) + 2(z_n / (1 + \delta_0 z_n))^2 \right] \right\}. \quad (7)$$

При условии $\delta_0 = 0$ выражения (4–7) переходят в известные [7] решения плоского излучателя с соответствующими функциями $f(r_n)$.

2. АМПЛИТУДНО-ФАЗОВАЯ СТРУКТУРА ПОЛЯ ВДОЛЬ ОСИ ПУЧКА

Результаты расчета амплитуды и фазы на оси пучка с использованием (5) и (7) для $\delta_0 = (0, 5, 20)$ показаны на рис. 1. Здесь приведены характеристики гауссового пучка

$$P_n(r_n = 0; z_n) = 1 / (1 + \delta_0 z_n - iz_n). \quad (8)$$

Наличие границы с областью тени приводит к появлению в ближней области ($z_n < 1$) осцилляций зависимости $|P_n(0; z_n)|$, размах которых растет по мере того, как $\delta_0 \rightarrow 0$ и функция $f(r_n)$ принимает все более резкий переход в область нулевых значений на краях излучателя. При $N \gg 1$ и $m = 1$ амплитуда в локальных минимумах стремится к нулю, приводя рассматриваемую характеристику к виду убывающей пульсирующей функции, что свойственно излучателю с равномерным возбуждением [10]:

$$P_n(r_n = 0; z_n) = [1 / (1 + \delta_0 z_n)] \{ 1 - \cos[(1 + \delta_0 z_n) / z_n] + i \sin[(1 + \delta_0 z_n) / z_n] \}. \quad (9)$$

Координаты нулей и максимумов амплитуды на оси связаны с δ_0 соотношениями

$$z'_n = 1 / (2\pi n - \delta_0); \quad z''_n = 1 / [(2n + 1)\pi - \delta], \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

Если для излучателя с равномерным возбуждением нулевые значения амплитуды в точках z'_n на оси (10) сохраняются при любых значениях δ_0 , то в полиномиальном пучке размах осцилляций с увеличением δ_0 достаточно быстро ослабевает, кривые 3, 6 и 9 на рис. 1-а.

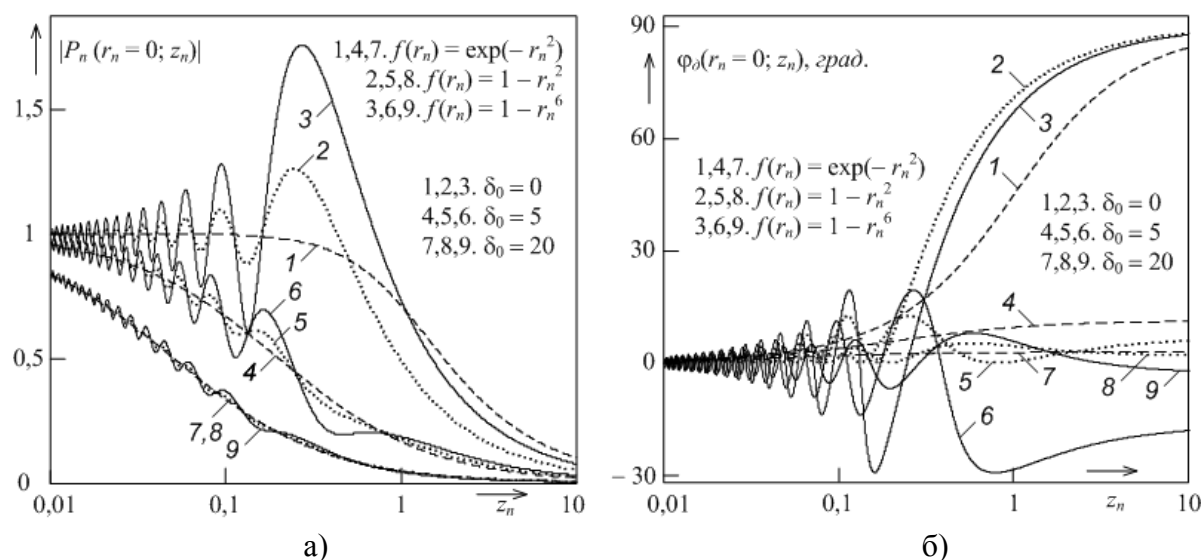


Рис. 1. Осевые распределения амплитуды (а) и фазы (б) волны в гауссовом и полиномиальных пучках при различных значениях кривизны излучателя

Характеристики $|P_n(0; z_n)|$ гауссового пучка (8) при $\delta_0 \geq 0$ выполняют роль средней линии, вокруг которой изменяется амплитуда полиномиальных пучков. Протяженность пологого участка в начале осевого распределения, ограниченного уровнем $1/\sqrt{2}$ для усредненного вдоль z_n значения звукового давления, можно оценить величиной [8]

$$z_n^* = 1 / \left(\sqrt{1 + 2\delta_0^2} + \delta_0 \right).$$

Дифракционный набег фазы вдоль оси полиномиальных пучков также испытывает осцилляции в ближней области, уровень которых определяется δ_0 и функцией $f(r_n)$, рис. 1-б. Если в гауссовом пучке диапазон изменений величины ϕ_0 , остающейся положительной на всем протяжении оси z_n , устремляется к нулю с ростом δ_0 , то в пучках с резко выраженной границей поведение фазы не столь однозначно. Наряду с ограничением диапазона изменений $\phi_0(0; z_n)$ при увеличении δ_0 знак фазы в дальней области Френеля ($z_n > 1$) может быть различным, что зависит от кривизны излучателя.

Роль геометрической расходимости в формировании поля пучков видна из зависимостей амплитуды, приведенной к единичному расстоянию $|P_n(0, z_n)| \cdot z_n$, и дифракционного набег фазы от величины δ_0 . Отличия одноименных характеристик для $z_n = 1$ и $z_n = 10$ являются следствием не завершившихся при $z_n = 1$ дифракционных процессов.

В гауссовом пучке $|P_n(0, z_n)| \cdot z_n$ и ϕ_0 монотонно уменьшаются при увеличении δ_0 [8] с сохранением знака фазы. При малой кривизне излучателя ($\delta_0 < \pi$) амплитуда и дифракционная фаза испытывают сильное влияние геометрической расходимости, быстро уменьшаясь с ростом δ_0 . В то же время при значениях $\delta_0 > 2\pi$ реакция этих параметров на изменение кривизны заметно ослабевает.

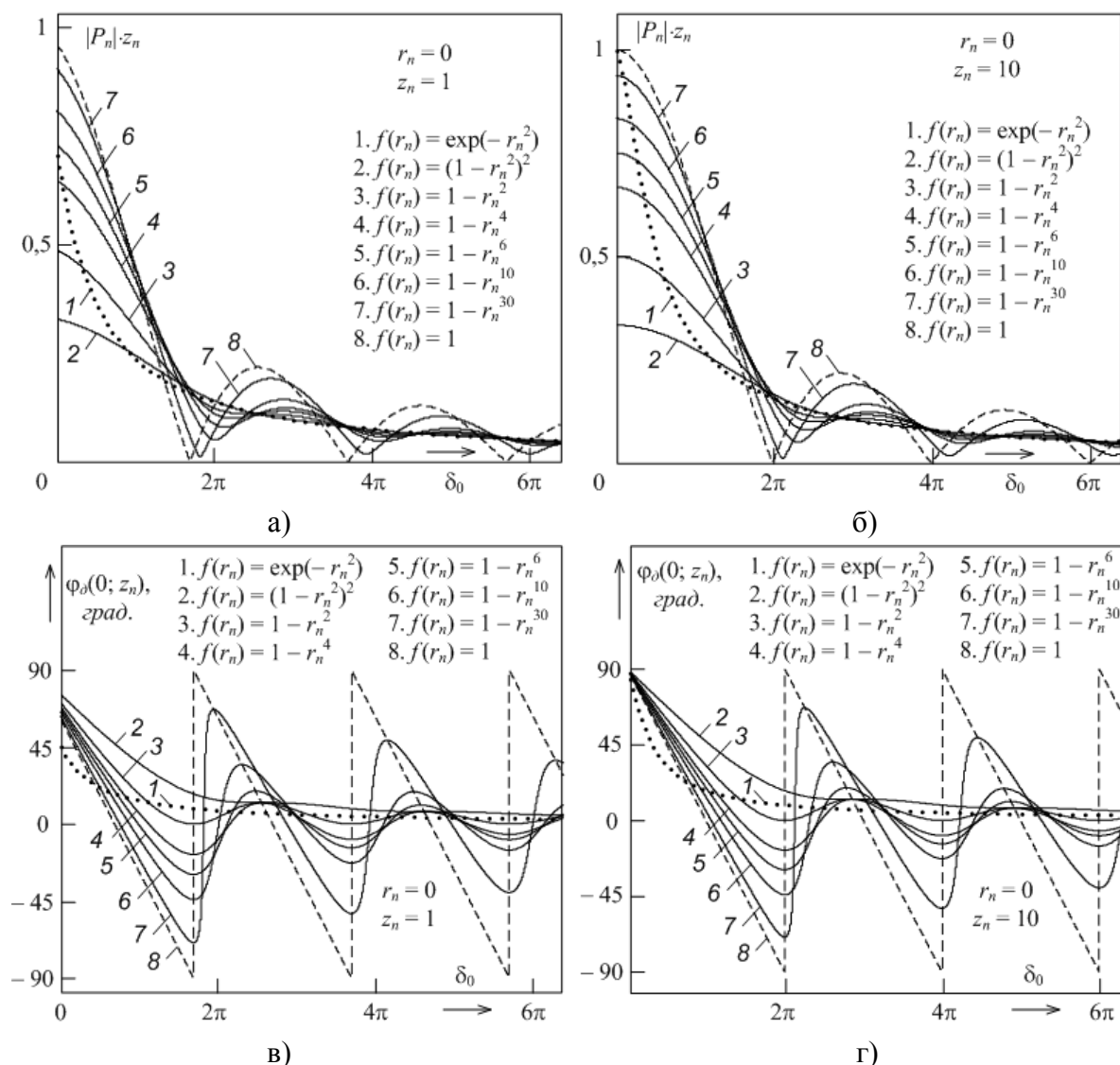


Рис. 2. Зависимости амплитуды, приведенной к единичному расстоянию (а, б), и фазы (в, г) волны на оси пучка от кривизны излучателя для $z_n = 1$ и $z_n = 10$

В пучке с равномерным распределением амплитуды зависимость $f(\delta_0) = |P_n| \cdot z_n$ описывается функцией $\sin x/x$, которая на расстояниях $z_n \gg 1$ принимает нулевые значения при $\delta_0 = 2\pi n$, где $x = (1 + \delta_0 z_n)/2z_n$ [10]. Зависимость $\varphi_\delta(\delta_0)$ в виде периодической пилообразной функции, принимающей нулевые значения при $\delta_0 = \pi(2n+1)$, претерпевает разрывы $[-\pi/2; \pi/2]$ в случае $\delta_0 = 2\pi n$. Величина n соответствует количеству фазовых зон на поверхности излучателя.

В полиномиальных пучках из-за неравенства вкладов центральных и боковых зон Френеля полной компенсации поля на оси при $\delta_0 = 2\pi n$ не происходит, и амплитуда не достигает нулевых значений. Соответственно перестает быть разрывной зависимость $\varphi_\delta(\delta_0)$. Диапазон изменений амплитуды и фазы напрямую связан с показателями степени N и m , определяющими вид функции $f(r_n)$. С увеличением N ($m = 1$)

отличия $\varphi_\partial(\delta_0)$ и $f(\delta_0) = |P_n| \cdot z_n$ от аналогичных зависимостей пучка с равномерным распределением амплитуды постепенно исчезают. Рост m ($N = 1$) напротив уменьшает осцилляции, при $m > 2$ они практически исчезают. Однако из-за неравенства волновых размеров излучателей различия с гауссовым пучком остаются. Далее показано, что масштабированием координат и геометрических размеров излучателей при $m \gg 1$ достигается практически полная идентичность структуры этих пучков.

Помимо общих закономерностей с гауссовым пучком полиномиальные пучки имеют признаки, присущие полю выпуклого излучателя с равномерным возбуждением. При любых δ_0 построенная в двойном логарифмическом масштабе зависимость $|P_n(0; z_n)|$ гауссового пучка имеет в области $z_n > z_n^*$ линейный участок с наклоном -20 дБ/дек . В полиномиальных пучках ее форма определяется величиной δ_0 и видом $f(r_n)$. Для дальней области пучков с $f(r_n) = 1$, $f(r_n) = 1 - r_n^{10}$ и $f(r_n) = 1 - r_n^{30}$ зависимости $|P_n(0; z_n)|$ и $\varphi_\partial(0; z_n)$ показаны на рис. 3. На участке $z_n > 1$ осевые распределения амплитуды и фазы при $\delta_0 = 0$ практически не зависят от функции $f(r_n)$. Наклон -20 дБ/дек кривых $|P_n(0; z_n)|$ и монотонный рост $\varphi_\partial(0; z_n)$, которая асимптотически стремится к $\pi/2$ при увеличении z_n , демонстрируют характерные признаки сферической волны.

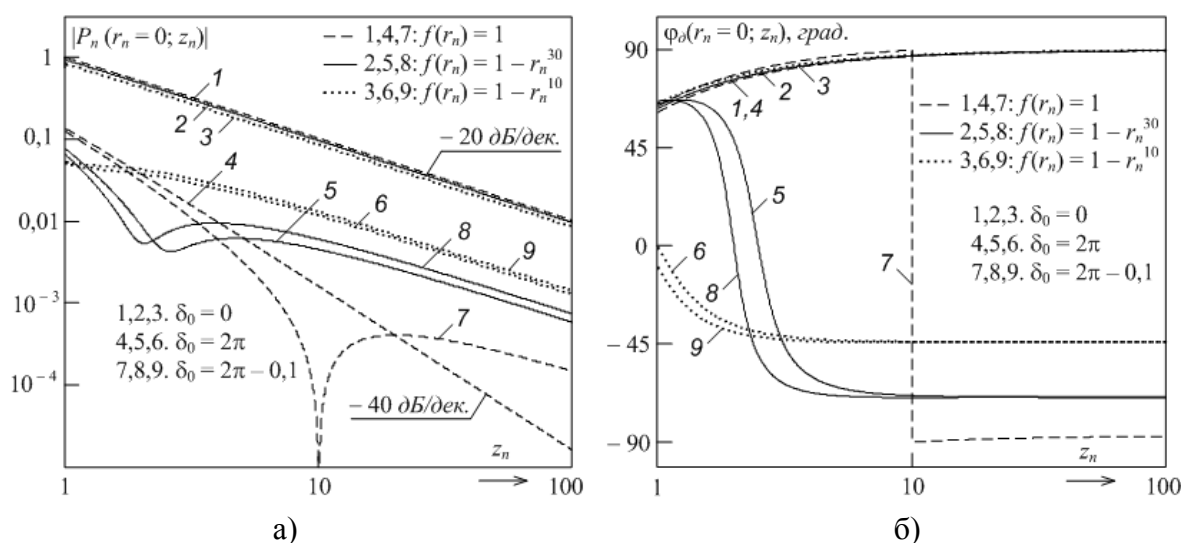


Рис. 3. Осевые распределения амплитуды (а) и фазы (б) волны при различных $f(r_n)$ и значениях кривизны излучателя

Особенности в зависимостях $\varphi_\partial(\delta_0)$ и $f(\delta_0) = |P_n| \cdot z_n$ при $\delta_0 = 2\pi l$ проявляются на осевых распределениях амплитуды и фазы. В случае $f(r_n) = 1$ кривая $|P_n(0; z_n)|$ линейно убывает (кривая 4 на рис. 3-а) с наклоном -40 дБ/дек , при этом распределение фазы практически повторяет $\varphi_\partial(0; z_n)$ в поле плоского излучателя [7, 10]. Даже небольшая неоднородность в распределении амплитуды, $f(r_n) = 1 - r_n^{30}$, существенно меняет

структуру поля. В зависимости $|P_n(0; z_n)|$ появляется локальный минимум с конечным значением амплитуды (кривая 5), при удалении от которого кривая принимает наклон -20дБ/дек . Фаза в области минимума амплитуды испытывает резкое изменение своего значения, сопровождаемое сменой знака (кривая 5 на рис. 3-б).

Сглаживание функции амплитудного распределения на границе пучка, $f(r_n) = 1 - r_n^{10}$, сопровождается исчезновением локального минимума на $|P_n(0; z_n)|$ (кривая 6) и приближением ее к виду, соответствующему сферической волне. Фаза волны даже на больших расстояниях сохраняет информацию о форме $f(r_n)$ и величине δ_0 , рис. 2.

Малыми расстройками $\Delta\delta_0 < 0$ относительно $\delta_0 = 2\pi l$ можно существенно влиять на структуру поля вблизи акустической оси. Эти проявления наиболее сильны для $f(r_n) = 1$, кривые 7. В дальней области зависимость $|P_n(0; z_n)|$ приобретает локальный минимум с нулевой амплитудой, где фаза испытывает разрыв на π . Величиной $|\Delta\delta_0|$ можно задавать координату нуля амплитуды [10]. Наблюдаемые особенности в поведении $|P_n(0; z_n)|$ и $\varphi_\varphi(0; z_n)$ можно рассматривать как «обращение» фокусировки, где распределения амплитуды и фазы вдоль оси противоположны тем, что имеют место в сфокусированных пучках [2]. В основе взаимно противоположных эффектов лежат различные физические механизмы: для реализации первого необходимо совместное влияние дифракции и геометрической расходимости, второй обязан своим проявлением геометрической сходимости. При $\Delta\delta_0 > 0$ минимум в $|P_n(0; z_n)|$ на расстояниях $z_n > 1$ не возникает из-за доминирования нечетной фазовой зоны на краю излучателя, и даже при малых $\Delta\delta_0$ амплитуда спадает вдоль оси с наклоном -20дБ/дек [10].

В полиномиальных пучках введение расстройки $\Delta\delta_0$ относительно $\delta_0 = 2\pi l$ сопровождается незначительными изменениями осевых распределений амплитуды и фазы, кривые 8 и 9 на рис. 3. Здесь минимум амплитуды в зависимости $f(\delta_0) = |P_n| \cdot z_n$ и инверсия знака фазы в $\varphi_\varphi(\delta_0)$ имеют место при $\delta_0^* > 2\pi l$, рис. 2. Соответствующие значения δ_0^* определяются функцией $f(r_n)$. Зависимости $|P_n(0; z_n)|$ в области $z_n > 1$ имеют при $\delta_0 = \delta_0^*$ два характерных участка. Если наклон начального участка равен -40дБ/дек , то у следующего за ним соответственно -20дБ/дек . С увеличением N ($m = 1$) протяженность первого участка растет, постепенно приближаясь к виду кривой 4 на рис. 3-а. Одновременно происходит сближение кривой $\varphi_\varphi(0; z_n)$ с осевым распределением фазы в поле излучателя с $f(r_n) = 1$.

3. ГОДОГРАФЫ ОСЕВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОМПЛЕКСНОЙ АМПЛИТУДЫ

Годограф осевого распределения амплитуды волны на комплексной плоскости является одной из интегральных характеристик амплитудно-фазовой структуры поля, рис. 4. Аналогично плоскому излучателю [7] для сферически расходящихся пучков с произвольной функцией $f(r_n)$ годографы лежат в правой полуплоскости относительно мнимой оси. Указатели $z_n \rightarrow 0$ и $z_n \rightarrow \infty$ показывают направление смещения точки

наблюдения вдоль акустической оси. Для рассматриваемых функций $f(r_n)$ годографы начинаются в точке $(1; 0)$, что соответствует значению $P_n = 1$ в центре апертуры излучателя, $\{r_n; z_n\} = 0$. Заканчиваются они в точке $(0; 0)$, поскольку амплитуда при $z_n \rightarrow \infty$ бесконечно мала из-за дифракционного расхождения волны. Приведенные на рис. 1 осевые распределения амплитуды и фазы отражают изменение длины и угла наклона вектора, выходящего из начала координат комплексной плоскости к точке годографа, соответствующей координате точки наблюдения, рис. 4-а.

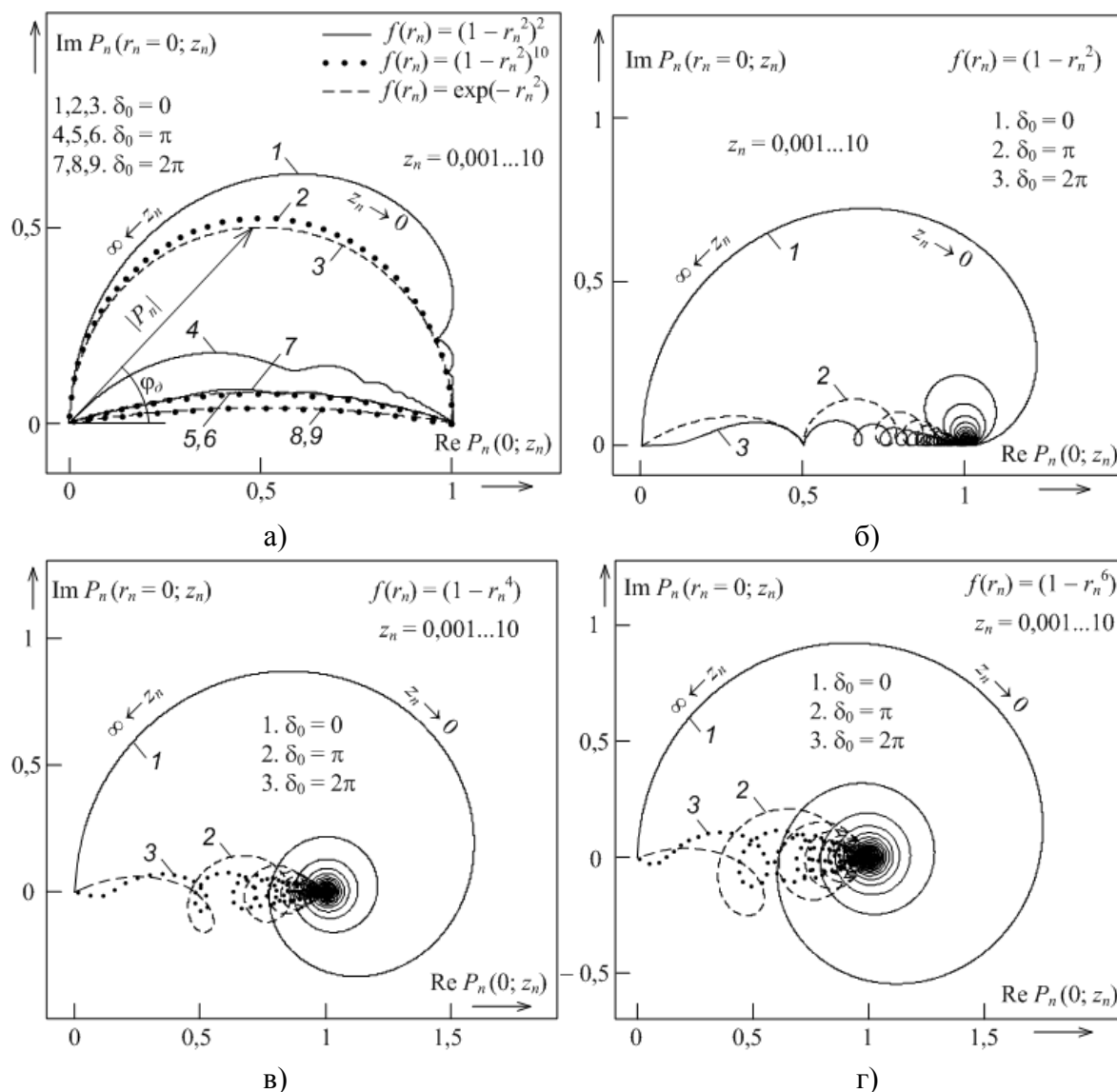


Рис. 4. Годографы осевых распределений комплексной амплитуды в пучках с разными видами амплитудного распределения при $\delta_0 = 0, \pi$ и 2π

Годографы гауссового и полиномиальных пучков (3) показаны при трех значениях кривизны: $\delta_0 = 0, \delta_0 = \pi$ и $\delta_0 = 2\pi$. С увеличением δ_0 сокращается участок плоскости, охватываемый фигурой, превращая ее в отрезок прямой между точками $(1; 0)$ и $(0; 0)$.

Так же, как и у плоского излучателя ($\delta_0 = 0$), годографы сферически расходящихся гауссового и полиномиальных пучков с $N = 1$ и $m \geq 1$ не выходят за пределы первого квадранта. При $\delta_0 > 0$ сохраняются присущие каждому из них особенности формы в виде характерных изломов кривой, петель кохлеоиды или спирали. Эта закономерность прослеживается для годографов излучателя с равномерным возбуждением [7, 10].

В полиномиальных пучках, функция $f(r_n)$ которых характеризуется $N \geq 1$ и $m = 1$, полюс спирали при $\delta_0 > 0$ не остается в точке $(1; 0)$, как у плоского излучателя. С ростом z_n он смещается вдоль действительной оси к точке $(0; 0)$. Под влиянием геометрической расходимости полярный радиус вначале растет (как в случае $\delta_0 = 0$), а с некоторого расстояния начинает уменьшаться, стремясь к нулю. В годографе расходящегося пучка с $f(r_n) = 1$ начальный этап отсутствует [10]: вблизи излучателя его форма имеет вид окружности единичного радиуса с центром в точке $(1; 0)$.

Особенности структуры дальней области поля, наблюдаемые вблизи $\delta_0 = 2\pi n$, проявляются на завершающем участке годографа ($z_n \rightarrow \infty$) и обусловлены изменением наклона касательной, проведенной к нему в точке $(0; 0)$. Локальный минимум на осевом распределении амплитуды (кривая 5 на рис. 3-а) и скачок фазы в зависимости $\varphi_0(r_n = 0; z_n)$, кривая 5 на рис. 3-б, являются следствием отрицательного наклона касательной. Годографы гауссового и полиномиальных пучков при $N = 1$ и $m \geq 1$, приведенные на рис. 4-а и рис. 4-б, не выходят за пределы первого квадранта, поэтому для них образование подобных особенностей невозможно.

4. ПОПЕРЕЧНЫЕ И УГЛОВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУДЫ И ФАЗЫ ВОЛНЫ

Пространственная изменчивость поперечных распределений амплитуды и фазы в пучках с резко выраженной границей рассмотрена на примере плоского и сферически выпуклого ($\delta_0 = 5$) излучателей, рис. 5. Поведение зависимостей $|P_n(r_n)|/|P_n(0)|$ для излучателя с функцией амплитудного распределения $f(r_n) = (1 - r_n^2)$ отражает общую тенденцию “расплывания” пучков при увеличении расстояния z_n . Степень и место проявления этих изменений определяются кривизной излучателя. Вблизи излучателя ($z_n = 0,025$) распределения амплитуды практически не зависят от величины δ_0 , кривые 1 и 2 на рис. 5-а. Для плоского излучателя изменение ширины пучка обусловлено дифракционными процессами и в ближней области ($z_n \leq 1$) сравнительно невелико (кривая 3), в полной мере проявляясь в зоне дифракции Фраунгофера (кривая 5), $z_n > 1$.

В ближней области сферически расходящихся пучков дифракционное расхождение волны еще мало, и поперечные размеры пучка растут соразмерно величине δ_0 (кривая 4). Поскольку в гауссовых пучках форма распределений $|P_n(r_n)|/|P_n(0)|$ не меняется с расстоянием z_n , то их поперечные размеры для выпуклого и плоского

излучателей в дальней области связаны величиной $K = \sqrt{1 + \delta_0^2}$ [8]. В пучках с резко выраженной границей столь однозначная взаимосвязь невозможна из-за зависимости формы поперечного распределения амплитуды от кривизны излучателя.

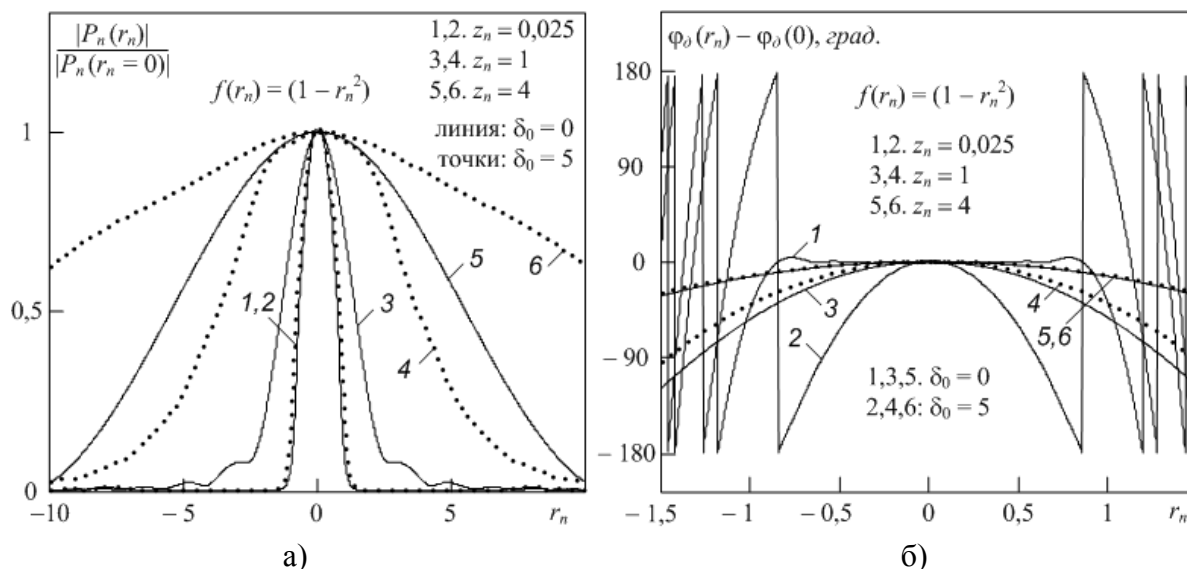


Рис. 5. Динамика поперечных распределений амплитуды и фазы с расстоянием z_n

На поперечных распределениях амплитуды влияние δ_0 носит в основном количественный характер, расширяя озвучиваемую область и сокращая расстояние z_n , где этот процесс начинает проявляться. На зависимостях $\varphi_0(r_n)$ геометрическая расхожимость проявляется иначе. На рис. 5-б показаны поперечные распределения дифракционной фазы $\Delta\varphi_0(r_n) = \varphi_0(r_n) - \varphi_0(0)$, приведенные к осевому значению $\varphi_0(r_n = 0)$. На малых расстояниях ($z_n = 0.025$) фаза волны в пределах апертуры ($-1 < r_n < 1$) плоского излучателя остается постоянной (кривая 1). С увеличением z_n под влиянием дифракции зависимость $\Delta\varphi_0(r_n)$ трансформируется, принимая на границе ближней области ($z_n = 1$) вид выпуклой функции (кривая 3), которая при дальнейшем продвижении волны начинает распрямляться, кривая 5. Последний этап распространения проходит в условиях завершившихся дифракционных процессов.

В сферически расходящемся пучке зависимость $\Delta\varphi_0(r_n)$ изначально имеет вид изогнутой кривой, которая непрерывно распрямляется по мере роста z_n под влиянием геометрической расхожимости (кривые 2, 4, 6). Противоположные направления деформации фронта квазиплоской и квазисферической волн на начальном этапе приводят к тому, что с некоторого расстояния ($z_n > 1$) их зависимости $\Delta\varphi_0(r_n)$ начинают повторять друг друга (кривые 5, 6). Если распределения $|P_n(r_n)|$ “сохраняют” информацию о начальной кривизне фронта, выражаемую поперечными размерами пучка, то зависимости $\Delta\varphi_0(r_n)$ с переходом в дальнюю область свою взаимосвязь с величиной δ_0 утрачивают. Ранее эта особенность отмечалась для гауссовых пучков [8].

При рассмотрении поперечной структуры поля в дальней области воспользуемся угловыми зависимостями комплексной амплитуды. Переход от линейной координаты r_n к угловому аргументу θ в (1) выполним, используя соотношение $r_n = Az_n \operatorname{tg} \theta$ и учитывая набег фазы в боковом луче относительно центрального ($\theta = 0$):

$$\Delta\varphi(z_n, \theta) = 2z_n A \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta} - 1 \right) \approx z_n A \operatorname{tg}^2 \theta. \quad (11)$$

Приближенная запись (11) справедлива в слабо расходящихся пучках ($\operatorname{tg} \theta < 1$). Замена $\{r_n; z_n\} \rightarrow \{\theta; z_n\}$ сводится к формальной записи $P_n(\theta; z_n) = P(r_n \rightarrow \theta; z_n) \exp[i\Delta\varphi(\theta; z_n)]$:

$$P_n(\theta; z_n) = \frac{2i}{z_n} \int_0^1 (1 - r_{n0}^{2N})^m \exp \left[-\frac{ir_{n0}^2 (1 + \delta_0 z_n)}{z_n} \right] J_0(2r_{n0} A \operatorname{tg} \theta) r_{n0} dr_{n0}. \quad (12)$$

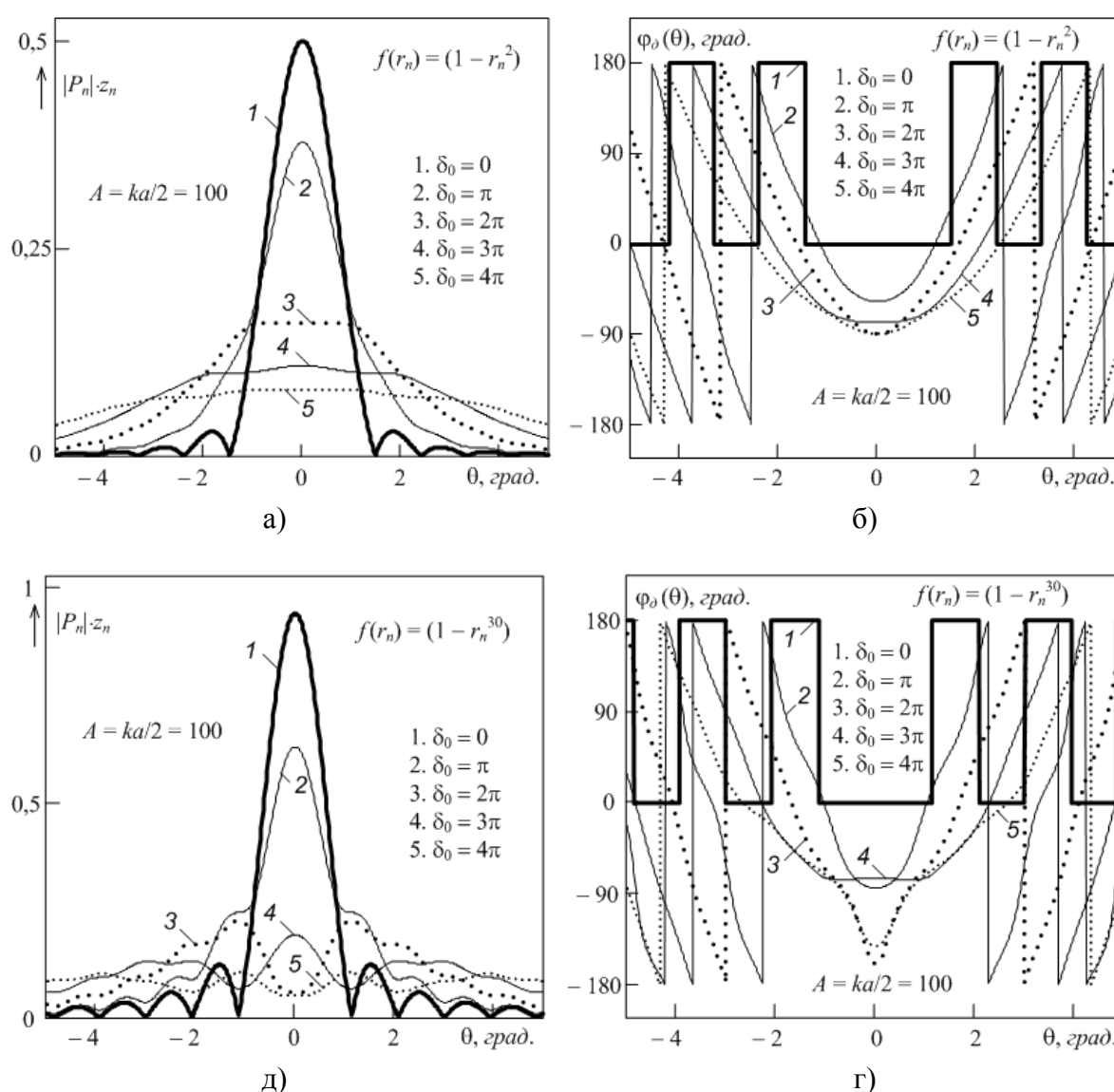


Рис. 6. Угловые распределения амплитуды, приведенной к расстоянию $z_n = 1$, и фазы волны в дальней области поля

Для больших расстояний ($\delta_0 z_n \gg 1$) выражение (12) имеет вид произведения, где один сомножитель ($1/z_n$) отражает убывание амплитуды в сферической волне, а второй в виде интеграла описывает угловую структуру поля в дальней области:

$$P_n(\theta; z_n) = \frac{2i}{z_n} \int_0^1 (1 - r_{n0}^{2N})^m \exp(-i\delta_0 r_{n0}^2) J_0(2r_{n0} A \operatorname{tg} \theta) r_{n0} dr_{n0}. \quad (13)$$

В зависимости от величины δ_0 амплитуда может принимать произвольные значения на оси пучка (рис. 2 и рис. 3), что делает представление (13) в форме характеристики направленности $D(\theta) = P_n(\theta; z_n)/P_n(0; z_n)$ неинформативным [11]. Более удобны угловые зависимости амплитуды, приведенной к единичному расстоянию ($z_n = 1$):

$$P_n(\theta) \cdot z_n = 2i \int_0^1 (1 - r_{n0}^{2N})^m \exp(-i\delta_0 r_{n0}^2) J_0(2r_{n0} A \operatorname{tg} \theta) r_{n0} dr_{n0}. \quad (14)$$

На рис. 6 показаны угловые зависимости (14) приведенной амплитуды и фазы (без учета постоянного слагаемого $\pi/2$) пучков с $f(r_n) = 1 - r_n^2$ и $f(r_n) = 1 - r_n^{30}$ при разных значениях δ_0 . Наблюдаемые изменения повторяют закономерности в поле выпуклого излучателя с равномерным распределением амплитуды [10]. Угловые зависимости амплитуды при близких к 2π значениях δ_0 имеют на оси минимум. Проявление этой особенности сферически расходящегося пучка ослабляется по мере сглаживания амплитудного распределения у края излучателя, рис. 6-а.

Угловые зависимости фазы плоского излучателя имеют вид ступенчатой функции (кривая 1) с разрывами величиной π вне зависимости от значений N и m в (2), рис. 6-(б, г). Это указывает на наличие фазового центра, совмещенного с центральной точкой излучающей поверхности. В сферически расходящихся пучках с резко выраженной границей форма $\varphi_\theta(\theta)$ свидетельствует об отсутствии фазового центра [10].

5. ПОДОБИЕ ГАУССОВОГО И ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ПУЧКОВ

В работе [7] показано, что структура поля плоских излучателей с полиномиальным и гауссовым распределениями амплитуды практически совпадает при условии, что

$$r_{n2} = r_{n1} \sqrt{M(m)}; \quad z_{n2} = z_{n1} M(m); \quad m \rightarrow \infty; \quad N = 1. \quad (15)$$

Координаты гауссового (r_{n1} , z_{n1}) и полиномиального (r_{n2} , z_{n2}) пучков связаны масштабирующим коэффициентом $M(m)$, значение которого определяется уровнем, на котором функции $f_1(r_{n1}) = \exp(-r_{n1}^2)$ и $f_2(r_{n2}) = (1 - r_{n2}^2)^m$ имеют равные значения. Если задать этот уровень величинами e^{-1} или $1/2$, то соответственно получим

$$M(m) = 1 - \exp(-1/m); \quad M(m) = (1 - 2^{-1/m})/\ln 2. \quad (16)$$

Вопрос о возможности и условиях подобия сферически расходящихся пучков с $f_1(r_{n1})$ и $f_2(r_{n2})$, учитывая наблюдаемые на рис. 2 различия между ними, можно решить в рамках выражения (1). Сравниваемые пучки будем считать подобными, если найдется

коэффициент $M(m)$, при котором запись (1) для них не изменится с учетом вводимого преобразования координат. Очевидно, что это требование выполняется, если

$$r_{n1}^2/z_{n1} = r_{n2}^2/z_{n2}; \quad (17)$$

$$\delta_{01}z_{n1} = \delta_{02}z_{n2}; \quad (18)$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} [f_2(r_{n2}) - f_1(r_{n1})] = 0. \quad (19)$$

Из (17) следует связь координат (15) через вводимый масштабирующий коэффициент

$$M(m) = z_{n2}/z_{n1} = r_{n2}^2/r_{n1}^2.$$

Поскольку физические координаты (r, z) обоих пучков остаются неизменными, то для размеров апертуры излучателей справедливо соотношение $a_1/a_2 = \sqrt{M}$. Тогда значения кривизны излучателей согласно (18) оказываются связанными выражением $\delta_{01}/\delta_{02} = M$. Справедливость (19) несложно проверить, используя выражение (16) для масштабирующего коэффициента [7]. Аналогично плоским излучателям вид $M(m)$ зависит от уровня, где выполняется равенство $f_1(r_{n1}) = f_2(r_{n2})$, и совпадает с (16).

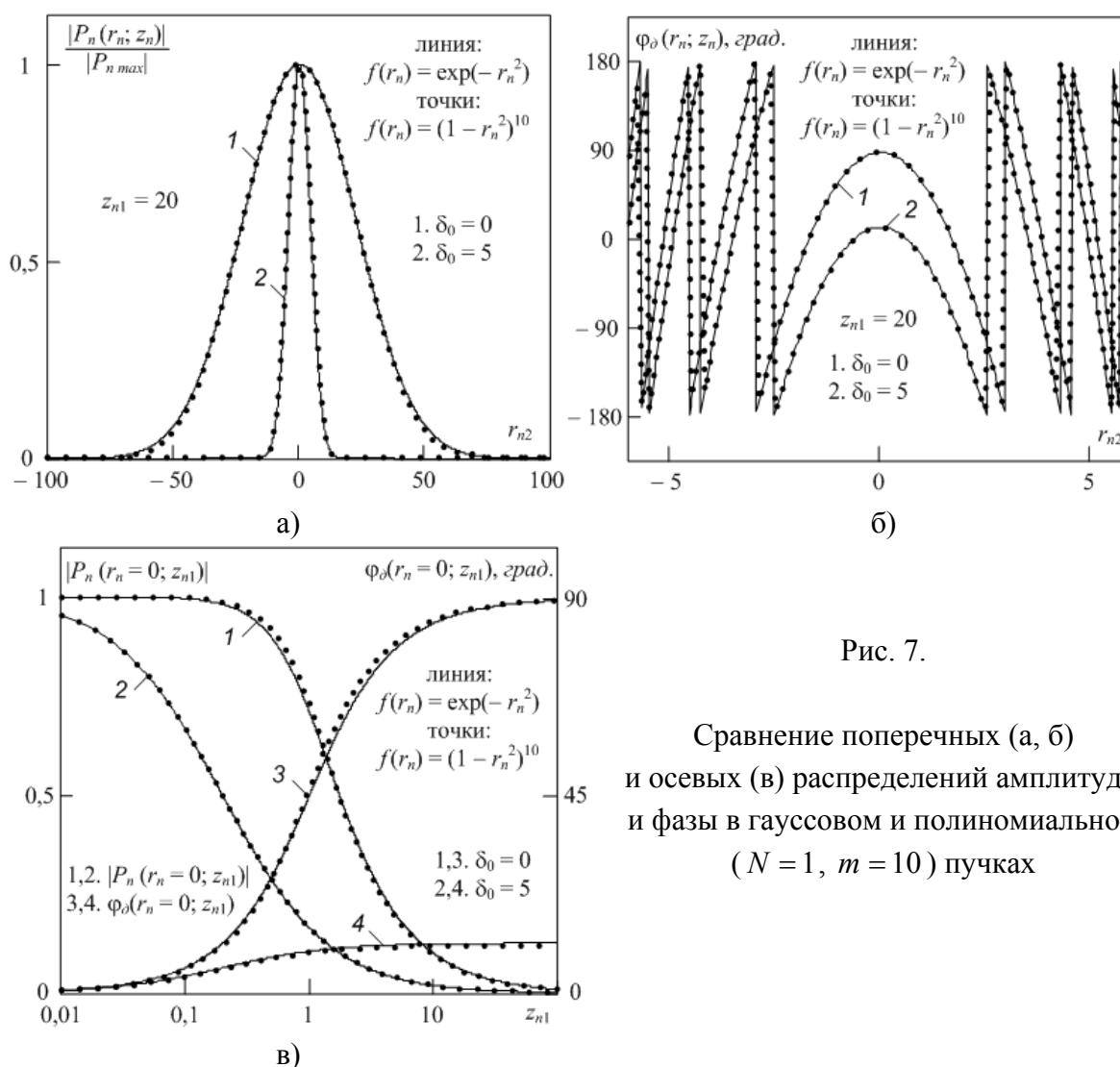


Рис. 7.

Сравнение поперечных (а, б) и осевых (в) распределений амплитуды и фазы в гауссовом и полиномиальном ($N = 1, m = 10$) пучках

Из изложенного выше следует, что сферически расходящиеся полиномиальный и гауссов пучки подобны друг другу при соблюдении следующих соотношений:

$$m \rightarrow \infty; \quad N = 1; \quad r_{n2} = r_{n1} \sqrt{M(m)}; \quad z_{n2} = z_{n1} M(m); \quad \delta_{02} = \delta_{01} / M(m).$$

На рис. 7 приведены пространственные распределения амплитуд и фаз в гауссовом (линия) и полиномиальном (точки) пучках при $M(m) = 1 - \exp(-1/m)$ и $m = 10$ для $\delta_0 = 0$ и $\delta_0 = 5$. Близость характеристик, а также годографов на рис. 4-а, где годограф гауссового пучка построен с учетом (17) и (18), свидетельствуют о подобии пучков.

Данная особенность имеет место вопреки формальному различию сравниваемых излучателей, один из которых ограничен размерами $0 \leq r_n \leq 1$, тогда как другой не имеет явной границы. Это не противоречит полученным результатам, поскольку при условии $m \rightarrow \infty$ и $N = 1$ физическая граница полиномиального пучка утрачивает свое значение из-за локализации возмущения в приосевой области.

6. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ДИНАМИКА КРИВИЗНЫ ФАЗОВОГО ФРОНТА

Учитывая наглядность представления дифракционных процессов посредством трансформации формы волны, обратимся к количественному способу его анализа с использованием кривизны фронта. Кривизну найдем из соотношения [2]:

$$\delta(r_n; z_n; \delta_0) \cong [\varphi_\delta(r_n = 0; z_n; \delta_0) - \varphi_\delta(r_n; z_n; \delta_0)] / r_n^2. \quad (20)$$

Здесь $\delta = l_\delta / R = ka^2 / 2R$ — кривизна фронта, нормированная на длину области дифракции Френеля. Приближенный характер (20) обусловлен используемой заменой сферического фронта параболическим, что справедливо для приосевой области пучка ($r/z \ll 1$). Для пучков с резко выраженной границей не удастся найти аналитическое выражение $\delta(r_n; z_n; \delta_0)$, поэтому при расчетах кривизны $\varphi_\delta(0; z_n; \delta_0)$ и $\varphi_\delta(r_n; z_n; \delta_0)$ находим как аргумент общего решения (1). Общие закономерности поведения волны в гауссовом пучке и пучке с резко выраженной границей видны на пространственных распределениях кривизны фронта, рис. 8. Зависимости $\delta(r_n = 0; z_n)$ для излучателя с функцией $f(r_n) = (1 - r_n^2)^2$, плавно переходящей в область тени, во многом повторяют изменения кривизны вдоль оси гауссового пучка [8]:

$$\delta(z_n; \delta_0) = [\delta_0 + z_n(1 + \delta_0^2)] / [z_n^2 + (1 + \delta_0 z_n)^2]. \quad (21)$$

Характеристики $\delta(0; z_n)$ гауссового пучка выступают в роли средней линии, вокруг которой изменяются аналогичные зависимости полиномиального пучка. С увеличением δ_0 усиление влияния геометрической расходимости сокращает размах осцилляций. По мере того, как $z_n \rightarrow 0$, кривизна фронта стремится к значению δ_0 . За пределами ближней области изменения δ вдоль акустической оси практически не зависят от δ_0 и амплитудного распределения на излучателе, следуя поведению сферической волны. Данное обобщение относится только к плавно переходящим в область тени функциям амплитудного распределения ($N = 1$ и $m \geq 2$). Изменения кривизны в дальней области пучков, амплитудное распределение которых близко к равномерному ($N \gg 1$ и $m = 1$), а кривизна излучателя близка к значениям $\delta_0 = 2\pi l$, рассмотрены ниже.

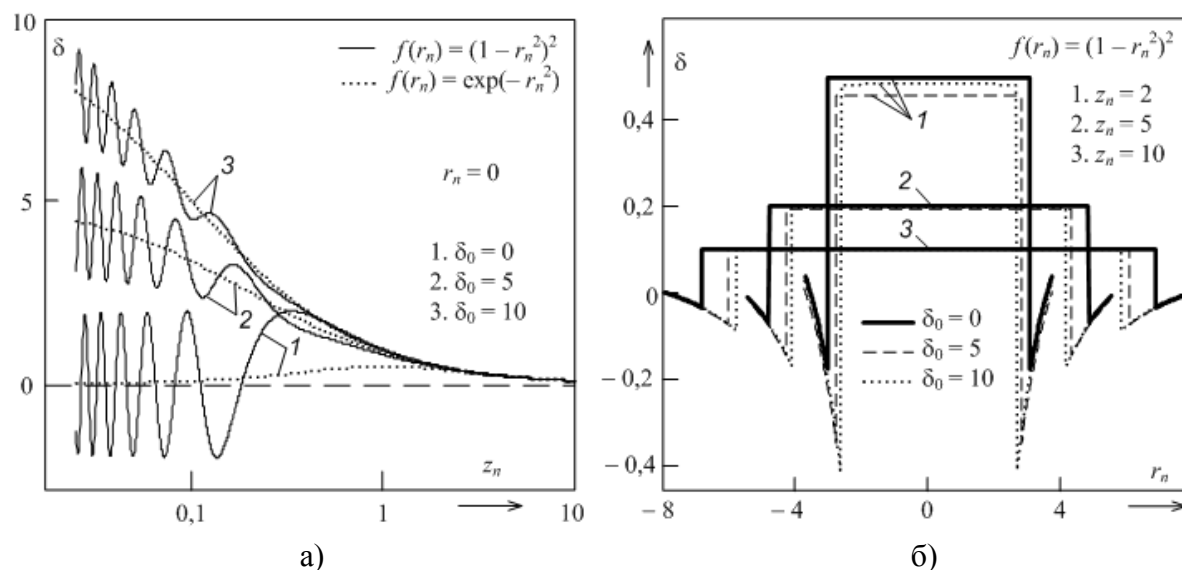


Рис. 8. Осевые (а) и поперечные (б) распределения кривизны в гауссовом пучке и пучке с резко выраженной границей, $f(r_n) = (1 - r_n^2)^2$

При анализе распределений $\delta(r_n)$ учтем, что в гауссовых пучках (21) для любых δ_0 и z_n выполняется условие $\delta(r_n) = \text{const}$. От величин δ_0 и z_n зависит лишь абсолютное значение кривизны фронта. В дальней области пучков с резко выраженной границей, у которых $f(r_n)$ имеет пологий спад к границе апертуры излучателя ($N = 1$, $m \geq 2$), подобно гауссовому пучку соблюдается $\delta(r_n) = \text{const}$, рис. 8-б. Смысл этого условия сводится к тому, что по завершении дифракции фазовый фронт принимает устойчивый вид, соответствующий сферически расходящейся волне. Очевидно, что в поперечном сечении узкого пучка радиус фронта остается неизменным. Заметим, что абсолютные значения δ в приосевой области пучка на рис. 8-б практически совпадают с величинами, получаемыми из (21) для гауссового пучка с соответствующими δ_0 и z_n .

Разрывы на периферийных участках $\delta(r_n)$ обусловлены разрывами в распределении $\varphi_\partial(r_n)$, входящем в выражение (20). Их появление не связано с физическими процессами, а вызвано неоднозначностью нахождения $\varphi_\partial(r_n)$ в рамках общепринятого подхода, предполагающего использование главного (изменяющегося в интервале $-\pi \dots \pi$) значения аргумента вместо истинного значения. Величина последнего в физических процессах ничем не ограничена. Физически обусловленные зависимости $\varphi_\partial(r_n)$ и $\delta(r_n)$ являются непрерывными функциями. Для их нахождения следует признать неприемлемым использование главного значения фазы, определяемого «по модулю 2π », т.е. путем отбрасывания от истинной фазы целого числа 2π .

Далее воспользуемся методом логарифмической производной [14], который исключает неоднозначность нахождения фазы. Откажемся от представления комплексной амплитуды волны в виде $P_n(r_n; z_n) = |P_n(r_n; z_n)| \exp[i\varphi_\partial(r_n; z_n)]$, где $\varphi_\partial(r_n; z_n) = \arctg\{\text{Im}[P_n(r_n; z_n)]/\text{Re}[P_n(r_n; z_n)]\}$, и определим $\ln[P_n(r_n; z_n)]$ выражением

$$\ln[P_n(r_n; z_n)] = \int_0^{r_n} \frac{1}{P_n(r_n; z_n)} \frac{dP_n(r_n; z_n)}{dr_n} dr_n. \quad (22)$$

Поскольку для (22) справедлива запись $\ln[P_n(r_n; z_n)] = \ln|P_n(r_n; z_n)| + i\varphi_\delta(r_n; z_n)$, то для искомой характеристики $\varphi_\delta(r_n)$ получаем

$$\varphi_\delta(r_n; z_n) = \text{Im}\{\ln[P_n(r_n; z_n)]\} = \text{Im}\left[\int_0^{r_n} \frac{1}{P_n(r_n; z_n)} \frac{dP_n(r_n; z_n)}{dr_n} dr_n\right]. \quad (23)$$

Поперечные зависимости кривизны волнового фронта, рассчитанные согласно (23) для $f(r_n) = (1 - r_n^2)^2$ и $\delta_0 = 5$, приведены на рис. 9. Центральные части этих характеристик совпадают с кривыми $\delta(r_n)$ на рис. 8 в той их части, где используемое для получения $\delta(r_n)$ главное значение фазы не выходит за пределы интервала $[-\pi; \pi]$. Так же, как в гауссовом пучке, на расстояниях $z_n \geq 5$ выполняется условие $\delta(r_n) = \text{const}$. Изменения $\delta(r_n)$ в ближней области отражают формирование сферически расходящейся волны.

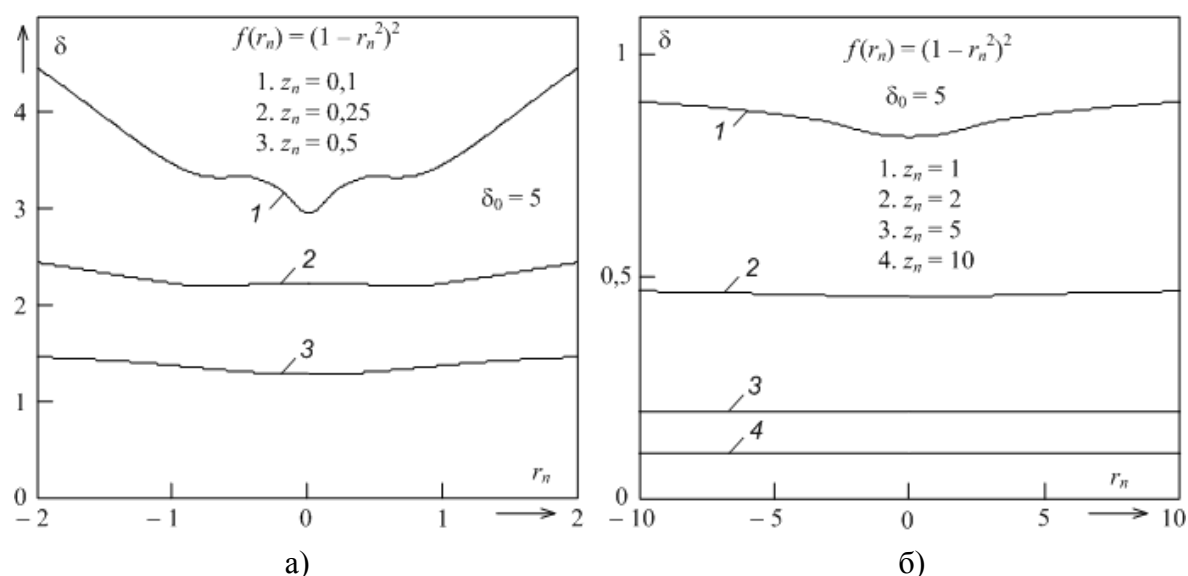


Рис. 9. Поперечные зависимости кривизны (метод логарифмической производной)

На рис. 10 приведены осевые распределения кривизны фронта в ближней области ($z_n \geq 0.06$) пучка с резко переходящим в область тени распределением амплитуды. Даже небольшая неравномерность амплитуды вдоль фронта качественно меняет вид $\delta(0; z_n)$, что видно на примере $f(r_n) = 1$ и $f(r_n) = 1 - r_n^{10}$, рис. 10-а. Бесконечные разрывы в зависимостях $\delta(0; z_n)$ при $f(r_n) = 1$ переходят у полиномиальных пучков в спадающие участки, крутизна которых зависит от показателя степени N . Уменьшение N сокращает диапазон изменений пространственных осцилляций кривизны, что связано с ослаблением вклада боковых зон Френеля в поле на оси пучка. Рост кривизны излучателя δ_0 сопровождается смещением осцилляций δ в область больших значений

z_n при любых функциях амплитудного распределения. Если при $f(r_n)=1$ зависимости $\delta(0; z_n)$ для значений $\delta_0 = 2\pi n$ или $\delta_0 = \pi(2n+1)$ практически совпадают [10], то в полиномиальных пучках это условие не соблюдается, рис. 10-б. Увеличение n и рост неоднородности амплитуды по фронту усиливают различия кривых. Аналогичная тенденция при увеличении δ_0 прослеживается на зависимостях рис. 2.

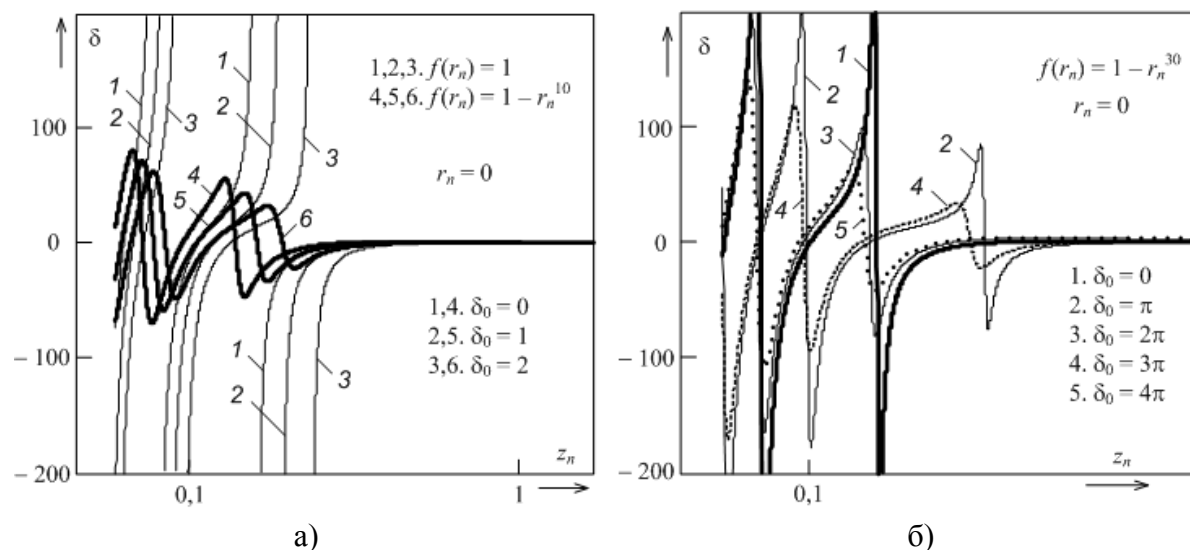


Рис. 10. Осевые распределения кривизны фронта волны в ближней области ($z_n \geq 0,06$)

Знакопеременный характер изменений кривизны волны вдоль акустической оси отражает многократные преобразования ее формы в центре пучка из выпуклой ($\delta > 0$) в плоскую ($\delta = 0$) и вогнутую ($\delta < 0$) поверхность. Расстояния z_n , где $\delta(z_n)$ проходит нулевые значения, зависят от амплитудного распределения, смещаясь к излучателю по мере того, как $f(r_n)$ становится все более пологой вблизи границы с областью тени.

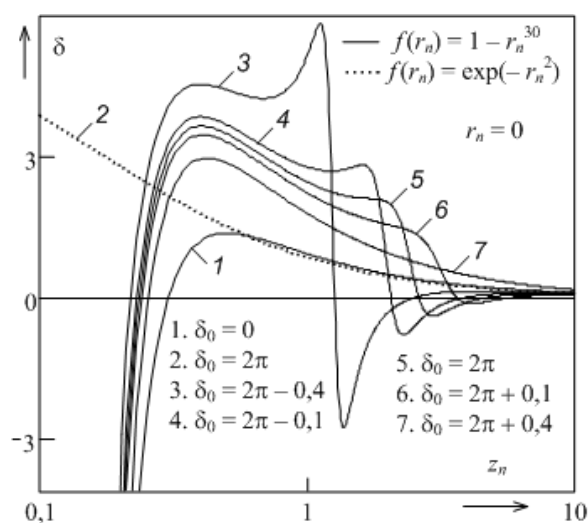


Рис. 11. Осевые распределения кривизны фронта волны в дальней области поля

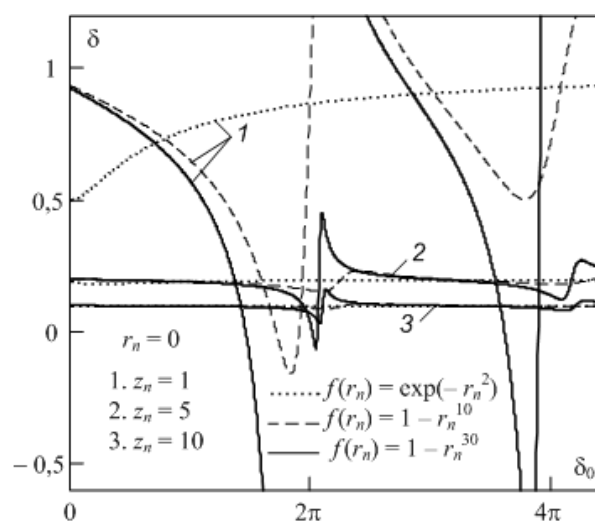


Рис. 12. Зависимость кривизны фронта волны от кривизны излучателя

Особенности изменений кривизны волны вдоль оси пучка с $f(r_n) = 1 - r_n^{30}$ для случая $\delta_0 \approx 2\pi$ показаны на рис. 11. Центральная часть фронта (кривые 3–6) по мере распространения волны трансформируется из расходящегося ($\delta > 0$) в сходящийся ($\delta < 0$). С дальнейшим увеличением z_n кривизна восстанавливает положительное значение. «Инверсия» формы приосевого участка фронта свойственна пучкам с достаточно резким переходом амплитудного распределения в область тени ($N \gg 1$). По мере того, как $f(r_n)$ при $m > 1$ ($N = 1$) стремится к гауссоиду, зависимость $\delta(0; z_n)$ в дальней области поля становится монотонно спадающей, кривая 2.

Влияние кривизны излучателя на форму волны в окрестности оси пучка показано на зависимостях $\delta(\delta_0)$ для расстояний $z_n = (1; 5; 10)$, рис. 12. Точками показаны кривые гауссового пучка, к которым по мере роста z_n стремятся характеристики пучков с резко выраженной границей. В дальней области ($z_n > 1$) зависимости $\delta(\delta_0)$ пучков с разными функциями амплитудного распределения совпадают, исключая небольшие участки изменения аргумента в окрестности $\delta_0 = 2\pi n$. Вне этих участков кривизна фронта при $\delta_0 z_n \gg 1$ уменьшается с расстоянием по закону $\delta \cong 1/z_n$, как и в гауссовом пучке.

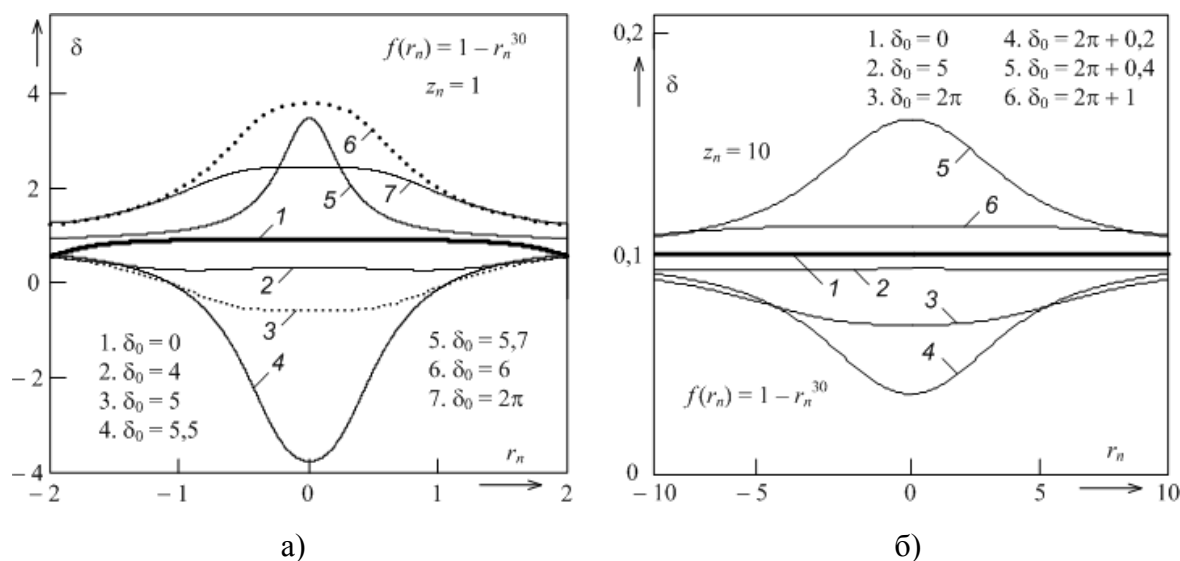


Рис. 13. Поперечные распределения кривизны фронта при разных значениях δ_0

Поперечные распределения кривизны на расстояниях $z_n = 1$ и $z_n = 10$ приведены на рис. 13 для разных значений δ_0 . В отличие от гауссового пучка [8], где при любых z_n и δ_0 выполняется условие $\delta(r_n) = \text{const}$, в пучках с резко выраженной границей величина и знак δ в ближней области поля существенно зависят от поперечной координаты и кривизны излучателя, рис. 12-а. Изменения формы фронта наиболее значимы в приосевой области пучка.

На достаточно большом удалении от источника ($z_n \geq 10$), где дифракцию можно считать завершившейся, и волна становится сферически расходящейся, выполняется условие $\delta(r_n) = \text{const}$ (кривые 1, 2, 6), рис. 13-б. Однако даже на больших расстояниях при $\delta_0 \approx 2\pi$ форма фронта существенно отличается от сферической (кривые 3–5). С ростом z_n эти отличия сохраняются, несмотря на уменьшение абсолютного значения δ . Совместный анализ зависимостей $\delta(\delta_0)$ и $\delta(r_n)$ позволяет отметить общую для пучков с резко выраженной границей закономерность, связывающую их между собой. В той области значений z_n и δ_0 , где поведение функции $\delta(\delta_0)$ подчиняется условию $\delta(r_n) = \text{const}$, справедливо и равенство $\delta(r_n) = \text{const}$.

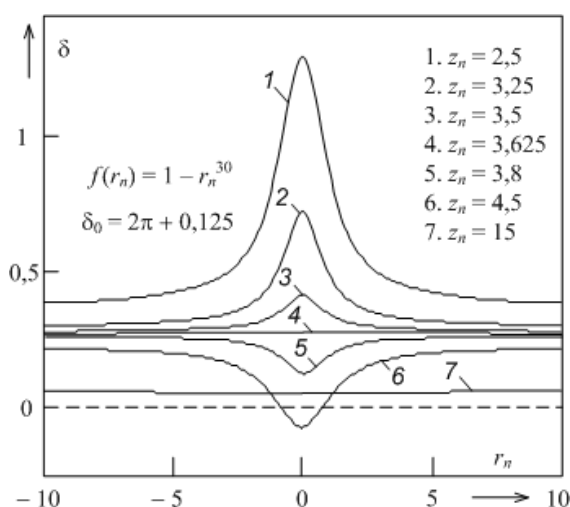


Рис. 14.

Поперечные распределения кривизны фронта волны на разных расстояниях от излучателя

Особенности поведения поперечных распределений кривизны фронта в пучках с резко выраженной границей при значениях δ_0 , близких к $\delta_0 = 2\pi$, показаны на рис. 14 для $f(r_n) = 1 - r_n^{30}$ при $\delta_0 = (2\pi + 0,125)$. Начальный этап распространения (кривые 1–3) сопровождается «выравниванием» зависимости $\delta(r_n)$, имеющей избыточную по отношению к сферической волне искривленность центральной части фронта, который завершается при $z_n = 3,625$ (кривая 4). При дальнейшем увеличении расстояния происходит обратный процесс: участок фронта вблизи акустической оси уплощается (кривая 5) и на определенном этапе принимает вид вогнутой поверхности ($\delta < 0$), кривая 6. Последующая трансформация волны связана с постепенным возвратом ее к сферической форме (кривая 7) с постоянной кривизной. От величины расстройки $\Delta\delta_0 = (\delta_0 - 2\pi)$ зависит пространственное положение области, где происходит смена формы фазового фронта.

ВЫВОДЫ

На примере амплитудно-фазовых распределений и пространственной динамики кривизны фазового фронта гармонической волны в рамках квазиоптического подхода рассмотрены особенности формирования структуры поля сферически расходящихся пучков с резко выраженной границей. Показана важная роль исходного распределения амплитуды по фронту волны при специфическом проявлении интерференции фазовых зон Френеля в дальней области поля. Рассмотрен эффект, реализуемый в результате совместного действия геометрической расходимости и дифракции волны, который по своим проявлениям противоположен фокусировке пучка. Показано, что в пучках с резко выраженной границей его проявление быстро ослабевает по мере того, как функция распределения амплитуды сглаживается вблизи краев излучателя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бахвалов Н. С., Жилейкин Я. М., Заболотская Е. А. Нелинейная теория звуковых пучков. М.: Наука 1982. 174 с.
2. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М.: Наука. 1990.
3. Гитис М. Б., Химуни А. С. О поправках на дифракцию при измерении коэффициента поглощения и скорости звука. Акуст. журн., 1968, т. 14, № 3. С. 363–370.
4. Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б. Ультразвуковые методы в физике твердого тела. М.: Мир, 1972. 308 с.
5. Руденко О. В. Нелинейные пилообразные волны. УФН, 1995, т. 165, № 9. С. 1011–1036.
6. Наугольных К. А., Островский Л. А. Нелинейные волновые процессы в акустике. М.: Наука, 1990. 237 с.
7. Гаврилов А. М. Геометрическая дисперсия в звуковых пучках, создаваемых плоскими излучателями. //Акустика неоднородных сред. Ежегодник Российского акустического общества. Труды научной школы проф. С. А. Рыбака. Троицк: Тровант, 2007, вып.8. С. 86–102.
8. Гаврилов А. М. Геометрическая дисперсия в сферически расходящемся гауссовом пучке. Электронный журнал «Техническая акустика» <<http://www.ejta.org>> 2007, 23.
9. Гаврилов А. М., Ситников Р. О. Измерение геометрической дисперсии в звуковом пучке. Акуст. журн., т. 52, № 5, 2006. С. 641–647.
10. Гаврилов А. М. Особенности поля сферически выпуклого излучателя. Электронный журнал «Техническая акустика» <<http://www.ejta.org>> 2008, 3.
11. Смаришев М. Д. Направленность гидроакустических антенн. Л.: Судостроение, 1973. 280 с.
12. Белле Т. С. Расчет поля слабо выпуклого сферического излучателя в приближении Кирхгофа. Акуст. журн., 1968, т. 14, № 3. С. 351–358.
13. Малюжинец Г. Д. Развитие представлений о явлениях дифракции. УФН, 1959, т. 69, № 10. С. 321–334.
14. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.