

С. В. Реука

*Санкт-Петербургский Государственный Электротехнический Университет,
кафедра электроакустики и ультразвуковой техники, ул. Проф. Попова, д. 5
e-mail: ayo@list.ru*

Особенности прохождения ультразвуковым импульсом гидроволновода с неоднородными граничными условиями

Получена 03.03.2008, опубликована 26.03.2008

Рассмотрена задача прохождения ультразвуковым импульсом комбинированного струйного волновода. Волновод представлен в виде последовательности «камера – струеобразующее устройство – струя». Решена задача возбуждения и преобразования мод в тех сечениях системы, где изменяются граничные условия. Рассмотрены дисперсионные искажения звукового импульса и предложен способ их уменьшения.

Ключевые слова: ультразвук, струйный волновод, жидкостный волновод, неоднородный волновод.

ВВЕДЕНИЕ

Для автоматизированного контроля толстолистового проката часто применяется иммерсионный способ ввода, реализуемый путем прозвучивания листов в ванне с жидкостью. Недостатком установок с такими устройствами являются их крупные габариты, сложность размещения в действующих цехах, длительность процесса проектирования и изготовления. Существенного уменьшения габаритов и стоимости установок можно достигнуть путем замены иммерсионной ванны на струйные акустические контакты с малогабаритным водосборником. Несмотря на использование в некоторых системах локальных иммерсионных ванн в виде направленного потока жидкости, разработка оптимальных параметров данного метода ранее не проводилась.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим неоднородный волновод в следующем виде. В камере больших размеров 1 находится пьезопреобразователь 2 поршневого типа. Камера 1 заполнена жидкостью и открывается в струеобразующее устройство (сопло) цилиндрической формы 3, которое формирует струю жидкости 4. Струя падает перпендикулярно на поверхность объекта контроля 5. Акустическая ось преобразователя совпадает с осью сопла и струи. Схема акустического тракта представлена на рис. 1.

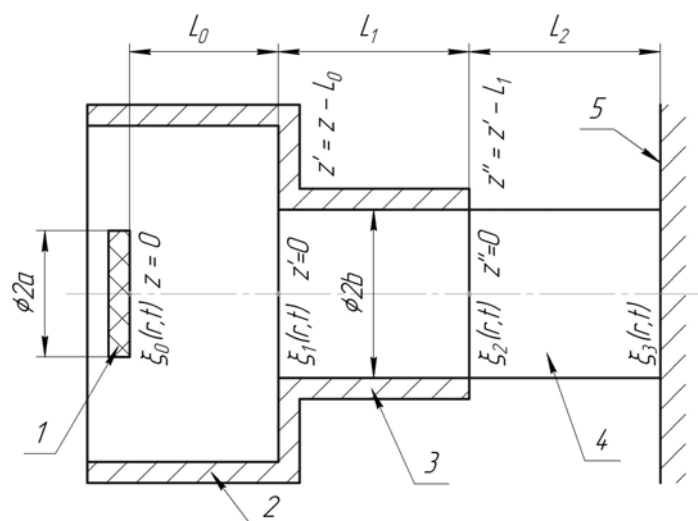


Рис. 1. Схема акустического тракта

Задача состоит в том, чтобы найти акустическое поле на поверхности объекта контроля при условии, что известны: а) значения частоты и размера преобразователя; б) форма зондирующего сигнала; в) геометрические параметры акустического тракта.

Данная задача может быть решена путем разделения акустического тракта на несколько участков, в каждом из которых условия распространения ультразвука остаются неизменными. На границах участков выделяются характерные сечения, в которых скачком меняются граничные условия. Зная распределение колебательной скорости в начале первого участка (то есть на поверхности преобразователя), найдем распределение колебательной скорости в конце первого участка. Это распределение используем как начальное для второго участка, и так далее до нахождения колебательной скорости на поверхности объекта контроля.

Выделим характерные сечения данной задачи:

С.1. Поверхность преобразователя. В данном сечении колебательная скорость полагается известной. Преобразователь условимся считать поршневым. Временная форма излученного им импульса может быть измерена или рассчитана.

С.2. Сечение $z = L_0$. Условно назовем его «вход сопла». Система координат в сопле: r, z' , где $z' = z - L_0$.

С.3. Сечение $z = L_0 + L_1$. Условно назовем его «вход струи». Система координат в струе: r, z'' , где $z'' = z' - L_1$.

С.4. Сечение $z = L_0 + L_1 + L_2$. Это пятно контакта струи с объектом контроля.

Будем считать длины сопла и струи достаточно большими по сравнению с протяженностью ультразвуковых импульсов (во избежание образования стоячей волны). Стенки камеры 1 и сопла 3 изготовлены из материала с большим затуханием ультразвука и имеют большую толщину, поэтому считается, что часть звуковой энергии, поглощенная стенками сопла не возвращается в жидкость и не создает таким образом помех.

2. АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ДЕМФЕРНОЙ КАМЕРЕ

Для нахождения акустического поля поршневого преобразователя в области $0 < z < L_0$ воспользуемся известным представлением его в виде суперпозиции плоских волн, распространяющихся по всем возможным направлениям. Потенциал колебательной скорости $\varphi(x, y, z)$ в некоторой точке $M(x, y, z)$ можно записать как [1, с. 24]

$$\varphi(x, y, z) = \frac{j\xi_o S_u k}{(2\pi)^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} e^{-jk[(x \cos \alpha + y \sin \alpha) \sin \theta + z \cos \theta]} \cdot \sin \theta d\theta d\alpha. \quad (1)$$

Переходя к сферической системе координат

$$x = R \sin \theta \cos \alpha, \quad y = R \sin \theta \sin \alpha, \quad z = R \cos \theta \quad (2)$$

и вводя новую переменную

$$\zeta = \sin \theta, \quad d\zeta = \cos \theta = \sqrt{1 - \zeta^2} d\theta, \quad (3)$$

получим

$$\varphi(x, y, z) = \frac{j\xi_o S_u k}{2\pi} \int_0^\infty J_0(kR\zeta \sin \alpha) \frac{2J_1(ka\zeta)}{ka\zeta} e^{-jkR \cos \alpha \sqrt{1 - \zeta^2}} \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} d\zeta. \quad (4)$$

Сделаем подстановку $kR \sin \alpha \cdot \zeta = kz\zeta \cdot \operatorname{tg} \alpha$:

$$\varphi(x, y, z) = \frac{j\xi_o S_u k}{2\pi} \int_0^\infty J_0(kz\zeta \operatorname{tg} \alpha) \frac{2J_1(ka\zeta)}{ka\zeta} e^{-jkz \sqrt{1 - \zeta^2}} \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} d\zeta. \quad (5)$$

Тогда распределение нормальной компоненты колебательной скорости:

$$\xi_z = -\frac{\xi_o S_u k^2}{2\pi} \int_0^\infty J_0(kz\zeta \operatorname{tg} \alpha) \frac{2J_1(ka\zeta)}{ka\zeta} e^{-jkz \sqrt{1 - \zeta^2}} \zeta d\zeta. \quad (6)$$

Приводя выражение к виду, пригодному для расчета на ЭВМ, получим

$$\frac{\xi_z(r)}{\xi_o} = -\frac{(ka)^2}{2} \int_0^\infty \frac{2J_1(ka\zeta)}{ka\zeta} J_0(kr\zeta) e^{-jkz \sqrt{1 - \zeta^2}} \zeta d\zeta. \quad (7)$$

Введем обобщенные параметры: ka — волновой размер преобразователя, $\rho = \frac{r}{a}$ —

приведенное расстояние от акустической оси, $s = \frac{z}{z_{0л}} = \frac{z \cdot k}{a^2 \cdot 2\pi}$ — расстояние вдоль акустической оси, выраженное в количестве ближних зон. Тогда

$$\frac{\xi_z(\rho)}{\xi_o} = -\frac{(ka)^2}{2} \int_0^\infty \frac{2J_1(ka\zeta)}{ka\zeta} J_0(ka\rho\zeta) e^{-js \frac{(ka)^2}{2\pi} \sqrt{1 - \zeta^2}} \zeta d\zeta. \quad (8)$$

3. АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В СТРУЕОБРАЗУЮЩЕМ УСТРОЙСТВЕ

Известно [2, 3], что колебательный процесс в трубе круглого сечения происходит в виде волновых мод. Акустическое поле в трубе является суперпозицией всех мод:

$$\varphi(r, z') = \sum_{p=0}^n \varphi_p(r, z'), \quad (9)$$

$$\varphi_p(r, z') = A_p J_0(\nu_p r) \cdot \exp(-j\sqrt{k^2 - \nu_p^2} \cdot z').$$

Будем считать, что сопло изготовлено из акустически жесткого материала. Тогда на стенках (при $r = b$) радиальная компонента колебательной скорости равна нулю:

$$\xi_p(r, z') \Big|_{r=b} = -\frac{\partial \varphi(r, z')}{\partial r} \Big|_{r=b} = \alpha_p J_0'(\nu_p b) \cdot \exp(-j\sqrt{k^2 - \nu_p^2} z') = 0. \quad (10)$$

Это условие приводит к уравнению

$$J_0'(\nu_p b) = 0, \quad (11)$$

где $\nu_p = \frac{\gamma_p}{b}$, γ_p — корни производной $J_0'(\gamma_p)$

Амплитуды мод можно вычислить через распределение нормальной компоненты колебательной скорости в начальном сечении трубы. Ее можно разложить в ряд:

$$\xi_{z1}(r) = -\frac{\partial \varphi(r, z')}{\partial z'} \Big|_{z'=0} = \sum_p J_0(\nu_p r) \cdot \alpha_p \quad (12)$$

Из математической физики известно, что функции Бесселя ортогональны с весом x на интервале $[0; 1]$. Тогда коэффициенты ряда α_p можно найти следующим образом:

$$\alpha_p = \frac{\int_0^b \xi_{z1}(r) J_0\left(\frac{\gamma_p}{b} r\right) r dr}{\int_0^b J_0^2\left(\frac{\gamma_p}{b} r\right) r dr}. \quad (13)$$

Можно показать, что

$$\int_0^b J_0^2\left(\frac{\gamma_p}{b} r\right) r dr = \frac{b^2}{2} [J_0^2(\gamma_p) + J_1^2(\gamma_p)]. \quad (14)$$

Тогда коэффициенты разложения будут равны

$$\alpha_p = \frac{2}{b^2 [J_0^2(\gamma_p) + J_1^2(\gamma_p)]} \int_0^b \xi_{z1}(r) J_0(\nu_p r) r dr. \quad (15)$$

Поскольку $J_0'(x) = -J_1(x)$, а $J_0'(\gamma_p) = 0$, значит и $J_1(\gamma_p) = 0$. Тогда

$$\alpha_p = \frac{2}{b^2 J_0^2(\gamma_p)} \int_0^b \xi_{z1}(r) J_0(\nu_p r) r dr. \quad (16)$$

На выходе сопла симметричная мода с номером p создает следующее распределение амплитуды нормальной компоненты колебательной скорости:

$$\xi_p(r, z') \Big|_{z'=L_1} = - \frac{\partial \varphi(r, z')}{\partial z'} \Big|_{z'=L_1} = \alpha_p J_0(\nu_p r) \exp(-j\sqrt{k^2 - \nu_p^2} L_1). \quad (17)$$

Тогда на выходе сопла — входе струи (сечении $z = L_0 + L_1$)

$$\xi_{2z}(r) \Big|_{z=L_1} = \sum_p \alpha_p J_0(\nu_p r) \exp(-j\sqrt{k^2 - \nu_p^2} L_1). \quad (18)$$

4. АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В СТРУЕ

Акустическое поле является суперпозицией полей волновых мод:

$$\varphi(r, z'') = \sum_{q=0}^n \varphi_q(r, z''), \quad (19)$$

$$\varphi_q(r, z'') = B_q J_0(\mu_q r) \cdot \exp(-j\sqrt{k^2 - \mu_q^2} z'').$$

Стенки струи будем считать акустически податливыми. Тогда давление на поверхности струи равно нулю:

$$p_r = \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_{r=b} = j\omega \rho_0 B_q J_0(\mu_q r) \exp(j\omega t - j\sqrt{k^2 - \mu_q^2} z'') \Big|_{r=b} = 0. \quad (20)$$

Это условие приводит к уравнению

$$J_0(\mu_q b) = J_0(\eta_q) = 0, \quad (21)$$

где $\mu_q = \frac{\eta_q}{b}$, η_q — корни функции $J_0(\eta_q)$.

Амплитуды мод найдем из распределения нормальной компоненты колебательной скорости на входе струи:

$$\xi_{z2}(r) = - \frac{\partial \varphi(r, z'')}{\partial z''} \Big|_{z''=0} = \sum_q J_0(\mu_q r) \cdot \beta_{0q}. \quad (22)$$

Аналогично случаю сопла, можно показать, что

$$\beta_q = \frac{2}{b^2 J_1^2(\eta_q)} \int_0^b \xi_{2z}(r) J_0(\mu_q r) r dr. \quad (23)$$

Распределение скорости, создаваемое q -й модой на выходе струи:

$$\xi_q(r, z'') \Big|_{z''=L_2} = - \frac{\partial \varphi(r, z'')}{\partial z''} \Big|_{z''=L_2} = \beta_q J_0(\mu_q r) \exp(-j\sqrt{k^2 - \mu_q^2} L_2), \quad (24)$$

$$\xi_{3z}(r) = \sum_q \beta_q J_0(\mu_q r) \exp(-j\sqrt{k^2 - \mu_q^2} L_2). \quad (25)$$

5. ОСОБЕННОСТИ ПЕРЕХОДА МОД СОПЛА В МОДЫ СТРУИ

Акустические моды сопла различаются амплитудой, распределением амплитуды по фронту, величиной волновых чисел по акустической оси и поперек нее. Значит, каждая мода проходит протяженность сопла со своей скоростью и в свое время. Достигая сечения входа струи, каждая мода сопла возбуждает в струе полный набор мод. Каждая из них проходит струю со своей скоростью.

Ясно, что поле в струе представляет собой сложную картину, состоящую из очень большого числа волновых мод, возбужденных в разные моменты времени и распространяющихся с различными скоростями.

Выражение для β_q полностью зависит только от формы входного распределения колебательной скорости $\xi_{2z}(r)$. Найдем отношение амплитуды q -й моды струи к p -й моде сопла:

$$\beta_q = \frac{2}{b^2 J_1^2(\eta_q)} \int_0^b [\alpha_{0p} J_0(\nu_p r)] J_0(\mu_q r) r dr, \quad (26)$$

$$\kappa_{qp} = \frac{\beta_q}{\alpha_p} = \frac{2}{b^2 J_1^2(\eta_q)} \int_0^b J_0(\nu_p r) J_0(\mu_q r) r dr. \quad (27)$$

Выполним замену переменной: $r = \rho b$. Помня о том, что $\nu_p b = \gamma_p$ и $\mu_q b = \eta_q$, окончательно запишем

$$\kappa_{qp} = \frac{2}{J_1^2(\eta_q)} \int_0^1 J_0(\gamma_p \rho) J_0(\eta_q \rho) \rho d\rho. \quad (28)$$

Назовем κ_{qp} коэффициентами перехода p -й моды сопла в q -ю моду струи. Видно, что они не зависят от параметров акустического тракта, а являются фиксированными значениями и для нескольких начальных мод приведены в таблице 1.

Таблица 1. Коэффициенты перехода мод сопла в моды струи

p	q				
	0	1	2	3	4
0	1,60	1,07	0,85	0,73	0,65
1	0,42	0,83	0,43	0,33	0,28
2	0,06	0,52	0,74	0,40	0,25
3	0,02	0,11	0,56	0,71	0,30

Из таблицы видно, что моды сопла наилучшим образом преобразуются в моды струи того же порядка. Это значит, что возможность получения коротких импульсов в комбинированном волноводе ограничена. Даже если в сопле возможно создать только плоскую волну, то в струе все равно возникнет набор мод с различными амплитудами.

6. МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМЫ ИМПУЛЬСА В СЕЧЕНИИ С.3

Для различения мод в струе обозначим их двумя индексами $(q; p)$: β_{qp} — амплитуда q -й моды в струе, которая возбуждена p -й модой сопла. Из введенного выше определения κ_{qp} ясно, что

$$\beta_{qp} = \kappa_{qp} \alpha_p. \quad (29)$$

Импульсы $(q; p)$ в струе приходят на поверхность объекта контроля в различное время. Каждый из них имеет собственное распределение амплитуды колебательной скорости по фронту соответствующее функции $J_0(\mu_q r)$. Складываясь в сечении С.3, импульсы создают сложный пространственно-временной колебательный процесс.

Возможно построить диаграмму колебательного процесса в сечении С.3, характеризующую колебательную скорость одновременно и во времени и по сечению струи. Это возможно сделать на трехмерном графике, по осям которого отложены расстояние от оси r , время t и колебательная скорость в точке r в момент времени t .

Пространственно-временная форма импульса (q, p) -й моды имеет следующий вид:

$$\xi_{3qp}(r, t) \Big|_{z=L_2} = \xi_{3qp}(r) \cdot S(t - \tau_{qp}), \quad (30)$$

где $\xi_{3qp}(r)$ — распределение амплитуд скорости по сечению С.3 для (q, p) -й моды; $S(t)$ — временная форма импульса. Время задержки моды τ_{qp} , связано с различием групповых скоростей для разных мод и вычисляется следующим образом:

$$\tau_{q,p} = \frac{L_1}{C_p^{zp}} + \frac{L_2}{C_q^{zp}}. \quad (31)$$

Колебательный процесс в сечении С.3 является суперпозицией импульсов всех возможных мод, складывающихся с учетом временных задержек:

$$\xi_3(r, t) = \sum_p \sum_q \xi_{3qp}(r) \cdot S(t - \tau_{qp}), \quad (32)$$

$$\text{где } \xi_{3qp}(r) = \beta_{qp} J_0(\mu_q r). \quad (33)$$

Форму импульса будем считать колоколообразной:

$$S(t) = \exp(-\delta^2 t^2) \cdot \sin(\omega t), \quad (34)$$

где $\delta = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\tau_u}$, а τ_u — длительность импульса по уровню минус 6 дБ.

Таким образом, импульс в сечении С.3 имеет вид

$$\xi_3(r, t) = \sum_p \sum_q \kappa_{qp} \alpha_p J_0(\mu_q r) S(t - \tau_{qp}), \quad (35)$$

где κ_{qp} вычисляется по выражению (28), α_p — по выражению (16) с учетом (8), $S(t - \tau_{qp})$ вычисляется по выражению (34) с учетом (31).

Данная сумма вычислена для $ka = 50$, $s = 1$, $b/a = 1$. Результат расчета приведен на рис.2а в виде трехмерной диаграммы для определенного диапазона переменных r и t . На рис.2б приведено сечение процесса при $r = 0$. Обе диаграммы приведены по модулю.

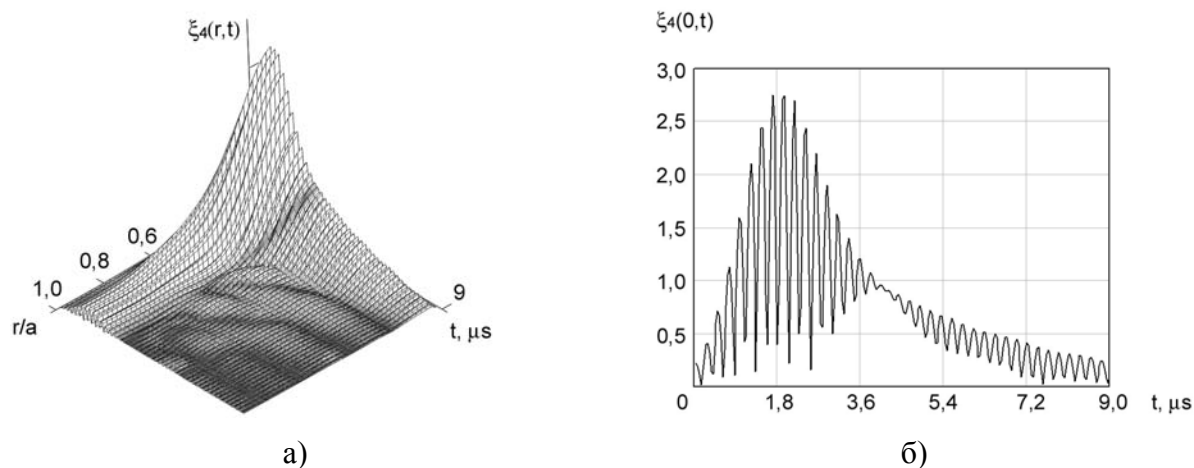


Рис. 2. Форма импульса в сечении акустического тракта С.3

Из графиков видно, что звуковое поле при распространении в струе концентрируется вблизи акустической оси. Существование плоской моды в струе невозможно.

7. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ АКУСТИЧЕСКОГО ТРАКТА

Независимо от метода контроля желательно получение зондирующих импульсов наименьшей возможной длительности. Найдем условия, при которых длительность импульса в сечении С.3 минимальна, а амплитуда максимальна.

Повышения амплитуды и снижения длительности конечного импульса можно достичь путем уменьшения количества мод в сопле, за счет оптимального возбуждения одной из них, например нулевой или первой.

Амплитуда моды сопла, как было получено ранее, равна

$$\alpha_p(s, b) = \frac{2}{b^2 J_0^2(\gamma_p)} \int_0^b \xi_{1z}(s, r) J_0\left(\frac{\gamma_p}{b} r\right) r dr \quad (36)$$

или, переходя к относительной величине $\rho = r/a$ —

$$\alpha_p(s, b/a) = \frac{2}{(b/a)^2 J_0^2(\gamma_p)} \int_0^{b/a} \xi_{1z}(s, \rho) J_0\left(\frac{\gamma_p}{b/a} \rho\right) \rho d\rho. \quad (37)$$

В данное выражение входит распределение нормальной компоненты колебательной скорости в сечении С.1:

$$\frac{\xi_{1z}(s, \rho)}{\xi_o} = -\frac{(ka)^2}{2} \int_0^\infty \frac{2J_1(ka\zeta)}{ka\zeta} J_0(ka\rho\zeta) e^{-j \cdot s \frac{(ka)^2}{2\pi} \sqrt{1-\zeta^2}} \zeta d\zeta. \quad (38)$$

Задавая волновой размер преобразователя, можно построить графические зависимости амплитуды p -й моды сопла от параметров s и b/a . Данные зависимости для амплитуд 0-й, 1-й и 2-й мод приведены на рис. 3.

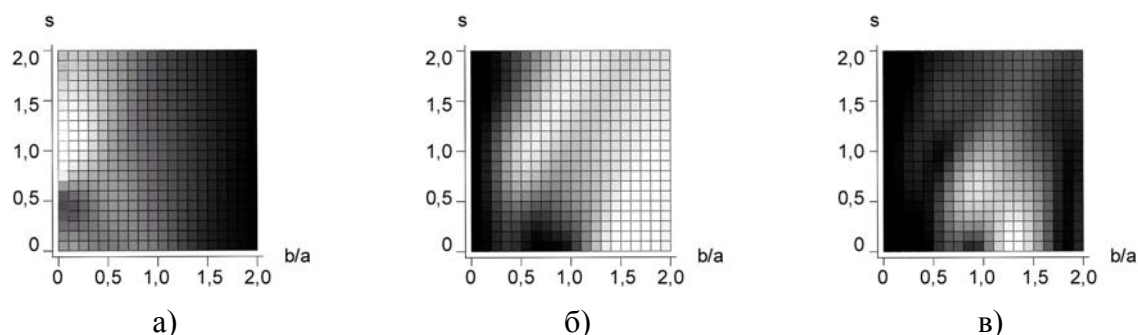


Рис. 3. Диаграммы амплитуд 0-й, 1-й и 2-й мод сопла

Светлые участки диаграмм соответствуют тем парам значений (s , b/a), при которых амплитуда соответствующей моды максимальна.

Видно, что нулевую (плоскую) моду можно возбуждать преобразователем, превосходящим по размеру сопло, располагая его на расстоянии одной ближней зоны от входа сопла. Мода номер 1 имеет две области оптимального возбуждения. Например, если диаметры преобразователя и сопла равны, то мода возбуждается с максимальной амплитудой при размещении преобразователя на расстоянии полутора ближних зон от входа сопла. Мода номер 2 и моды более высоких порядков не имеют ярко выраженных областей оптимального возбуждения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Поле в цилиндрическом волноводе сконцентрировано вблизи акустической оси.
2. При прохождении цилиндрического волновода с переменными граничными условиями ультразвуковой импульс неизбежно увеличивает длительность вследствие разделения на моды при смене граничных условий.
3. Для получения импульса минимальной длительности и максимальной амплитуды, преобразователь необходимо выбирать размером больше диаметра сопла, а размещать его на расстоянии одной ближней зоны от входного сечения сопла.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голубев А. С., Паврос С. К. Акустическое поле искателей ультразвуковых дефектоскопов // ЛЭТИ. Л., 1975. 94 с.
2. Ржевкин С. Н. Курс лекций по теории звука. М.: Изд-во моск. ун-та, 1960. 336 с.
3. Лепендин Л. Ф. Акустика. М.: Высш. шк., 1978. 448 с.