

А. Ф. Курчанов

Федеральное государственное унитарное предприятие «Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений» (ВНИИФТРИ), <http://www.vniiftri.ru/>, e-mail: director@vniiftri.ru

Об оценивании спектра мощности и фазы сигнала

Получена 22.01.2009, опубликована 05.02.2009

Рассмотрен алгоритм, позволяющий для дискретной выборки из значений сигнала на интервале времени оценивать спектр мощности с такой же узкой спектральной шириной фильтра, как и при использовании временного окна Ханна. При этом уровень первых двух боковых лепестков фильтра меньше на 8 дБ и практически тот же для боковых лепестков с 3-го по 10-й сравнительно с окном Ханна. Алгоритм основан на одновременном использовании двух разных временных окон и оценке спектра мощности выражением, не сводящимся к квадрату модуля линейной комбинации значений дискретного преобразования Фурье.

Ключевые слова: спектральный анализ, преобразование Фурье, боковые лепестки фильтра, временное окно, оценка уровней.

ВВЕДЕНИЕ

Решается задача оценивания спектра мощности сигнала на основе анализа его дискретной выборки из N значений на интервале времени $[-T/2, +T/2]$ с использованием модификации традиционного подхода, основанного на временных окнах. Традиционный подход (окна Ханна, Хэмминга, Блэкмана и т.п. [1, 2]) основан на том, что, используя дискретное преобразование Фурье $\tilde{X}(\omega_i)$ с прямоугольным временным окном, оценивают спектр мощности величиной

$$\alpha \tilde{Y}^*(\omega_i) \tilde{Y}(\omega_i), \quad (1)$$

где $\alpha = \text{const}$, а символ $*$ обозначает комплексное сопряжение.

При этом вычисляют симметричную линейную комбинацию вида

$$\tilde{Y}(\omega_i) = \tilde{X}(\omega_i) + a_1 [\tilde{X}(\omega_{i-1}) + \tilde{X}(\omega_{i+1})] + a_2 [\tilde{X}(\omega_{i-2}) + \tilde{X}(\omega_{i+2})]. \quad (2)$$

Такая линейная комбинация представляет собой свертку в частотной области и соответствует некоторой модуляции исходного прямоугольного временного окна. Например, для окна Ханна ($a_1 = 0,5$; $a_2 = 0$) во временной области возникает множитель $\cos^2(\pi t/T)$, что позволяет уменьшить уровень боковых лепестков фильтра за счет расширения (вдвое) полосы фильтрации.

Для окна Хэмминга

$$a_1 = 0,5 \frac{1-0,54}{0,54}; \quad a_2 = 0, \quad (3)$$

а для окна Блэкмана

$$a_1 = 0,5 \frac{0,5}{0,42}; \quad a_2 = 0,5 \frac{0,08}{0,42}, \quad (4)$$

что позволяет с помощью окна Хемминга сильнее подавить первые боковые лепестки, а для окна Блэкмана добиться значительного подавления боковых лепестков за счет расширения главного лепестка фильтра.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОЦЕНИВАНИЯ СПЕКТРА МОЩНОСТИ

Ниже мы будем оценивать спектр мощности величиной

$$\alpha[\tilde{Y}_H^*(\omega_i)\tilde{Y}_B(\omega_i) + \tilde{Y}_H(\omega_i)\tilde{Y}_B^*(\omega_i)]/2, \quad (5)$$

где дискретные преобразования Фурье $\tilde{Y}_H(\omega_i)$ и $\tilde{Y}_B(\omega_i)$ выполнены с временными окнами, близкими к окнам Хемминга и Блэкмана соответственно.

Целью работы является рассмотрение алгоритма, позволяющего оценить спектр мощности, подобрав вместо одного временного окна пару совместно работающих временных окон. Расширение количества доступных для варьирования параметров позволяет в этом случае преодолеть обычное противоречие между шириной главного лепестка фильтра и уровнем боковых лепестков.

Кроме оценивания спектра мощности нас будет интересовать также фильтрация сигнала, т.е. определение в каждой полосе анализа амплитуды и фазы сигнала $\tilde{Z}(\omega_i)$ так, что

$$|\tilde{Z}(\omega_i)|^2 = \alpha |\tilde{Y}_H(\omega_i)\tilde{Y}_B(\omega_i)|, \quad (6)$$

а фаза $\tilde{Z}(\omega_i)$ определяется на основе фаз $\tilde{Y}_H(\omega_i)$ и $\tilde{Y}_B(\omega_i)$, например, как половина суммы этих фаз.

Непараметрическая оценка спектра мощности в такой постановке является частным случаем подхода [3], при котором входящие в оценку спектра мощности слагаемые, имеющие второй порядок по сигналу, рассматриваются как независимые члены с коэффициентами, настраиваемыми в соответствии с желаемыми свойствами фильтра. Рассмотрение такого частного случая интересно возможностью оценки не только амплитуды, но и фазы (6) сигнала в полосе анализа.

2. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ АНАЛИЗ

2.1. Оценивание амплитуды сигнала

Для достижения результата, визуально «оптимизированного», удобно применить окно типа Хемминга с коэффициентами

$$a_1 = 0,5 \frac{1-0,556}{0,556}; a_2 = 0 \quad (7)$$

и окно типа Блэкмана с коэффициентами

$$a_1 = 0,5 \frac{0,5}{0,4225}; a_2 = 0,5 \frac{0,079}{0,4225}. \quad (8)$$

В этом случае результат, изображенный на рис. 1, сравнительно с фильтром на основе окна Ханна, имеет некоторые преимущества. Прежде всего, ширина полосы фильтрации практически не отличается. Уровень 1-го и 2-го бокового лепестка меньше на 8 дБ, уровни же боковых лепестков с 3-го по 10-й различаются в большую или в меньшую сторону не более 3 дБ. Визуально результат выглядит «лучше», как по сравнению с окном Ханна, так и по сравнению с окном Хемминга.

Ниже исследуются свойства полученного «энергетического» фильтра на тестовых примерах.

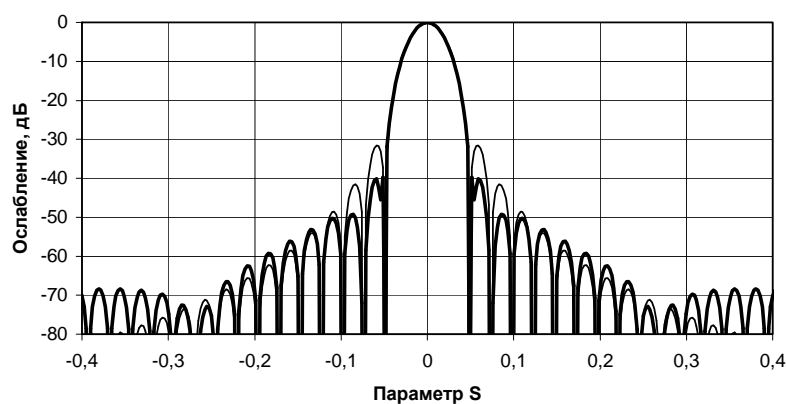


Рис. 1. Тонкими линиями изображен отклик фильтра на гармонический сигнал для классического фильтра с окном Ханна, а жирной линией — соответственно отклик «энергетического» фильтра.

По оси абсцисс отложен параметр $S = 2\pi\nu T / N$, где ν — частота, $N = 256$

Для тестирования спектрального разделения фильтра удобно выбрать сигнал в виде [2] суммы двух гармонических сигналов с частотами $10,5\nu_0$ и $14,0\nu_0$, где $\nu_0 = 2/T$, и с амплитудами 1,0 и 0,025. Второй тестовый сигнал представляет собой сумму двух гармонических сигналов с частотами $10,5\nu_0$ и $13,0\nu_0$ и с амплитудами 1,0 и 0,3. Результаты тестирования для выборки сигнала длиной 256 отсчетов, приведены на рис. 2 и 3. Первый тестовый сигнал иллюстрирует способность фильтра выделять

слабые сигналы лучше, чем фильтр с окном Ханна за счет меньшего уровня первых боковых лепестков. Второй тестовый сигнал иллюстрирует способность фильтра различать близко расположенные по частоте сигналы лучше, чем фильтр с окном Блэкмана за счет более узкой вершины.

На рис. 3 приведены результаты тестирования для третьего тестового сигнала. Третий тестовый сигнал представляет собой сумму двух гармонических сигналов с частотами $10,5\nu_0$ и $16,0\nu_0$ и с амплитудами 1,0 и 0,003. Он примерно соответствует границе, за которой рассматриваемый фильтр начинает уступать фильтру с окном Блэкмана, превосходя при этом, все же, фильтр с окном Ханна.

Описанный выше подход может быть использован не только для оценки энергии сигнала в полосе частот, но и при угловой фильтрации принимаемой мощности сигнала для различных антенн, в частности гидроакустических.

Построение «энергетического» фильтра увеличивает время анализа примерно в 2 раза. Однако скорость вычислений не всегда является определяющим фактором, а совместное использование двух разных окон вместо одного расширяет возможности анализа.

2.2. Оценивание фазы сигнала

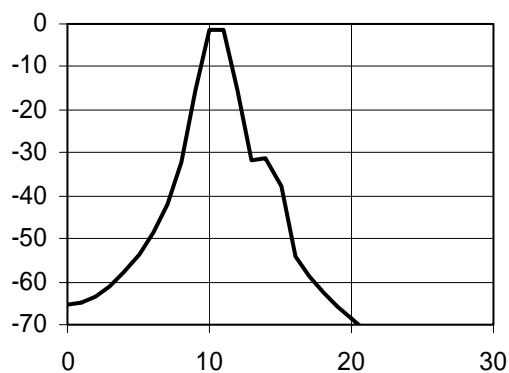
Фильтры на основе окон Ханна, Блэкмана или любых других обычно используемых окон не изменяют фазу фильтруемого в полосе пропускания сигнала. Это полезное свойство сохраняется и в рассмотренном выше гибридном «энергетическом» фильтре (рис. 1). Коэффициенты a_1 и a_2 (7, 8), использовавшиеся при варьировании и подборе оптимальной формы фильтра, рассматривались выше как вещественные числа. Для обычного оконного фильтра это вполне естественно; использование комплексных коэффициентов могло бы только ухудшить свойства фильтра. Кроме того, использование временного окна с комплексной амплитудой трудно интерпретировать.

В случае использования пары совместно работающих временных окон можно рассматривать не только вещественные, но и комплексные оконные функции. Так, например, временное окно можно заменить такой парой комплексных окон, которая в некотором смысле «эквивалентна» вещественному окну

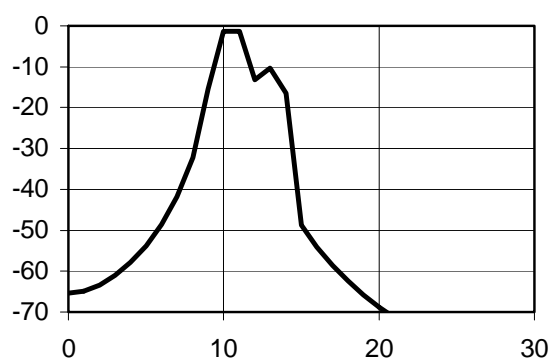
$$f_1(t) = f(t) = \begin{cases} e^{2\pi i \nu_D t}, & -T/2 < t < T/2 \\ 0, & t < -T/2 \\ 0, & t > T/2 \end{cases} \quad (9)$$

$$f_2(t) = f(t)^*, \quad (10)$$

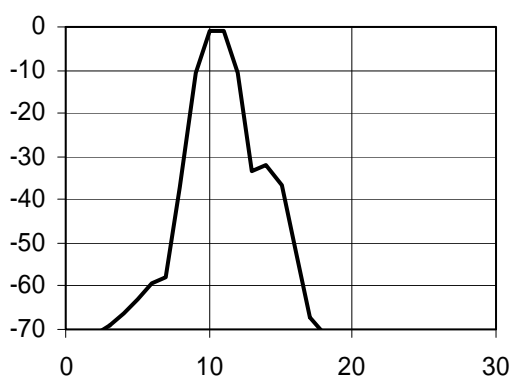
где * обозначает комплексное сопряжение.



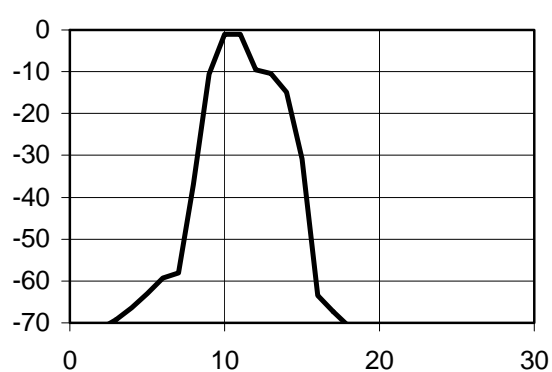
а)



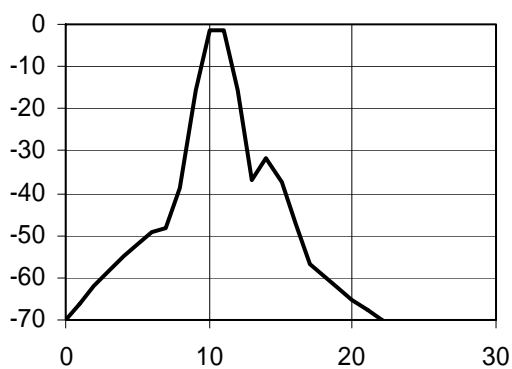
б)



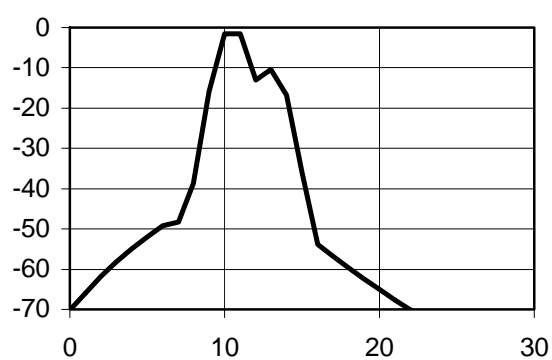
в)



г)



д)



е)

Рис. 2. Результаты тестирования спектрального разделения:

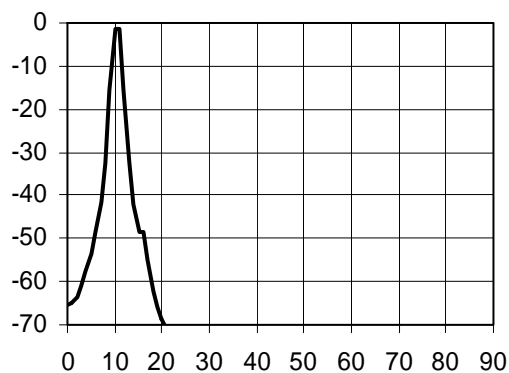
а), б) – окно Ханна; в), г) – окно Блэкмана; д), е) – «гибрид» окон типа Хемминга и типа Блэкмана;

а), в), д) – первый тестовый сигнал;

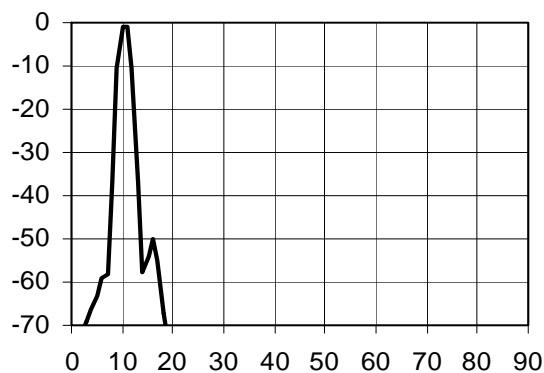
б), г), е) – второй тестовый сигнал;

по оси ординат указано ослабление, дБ;

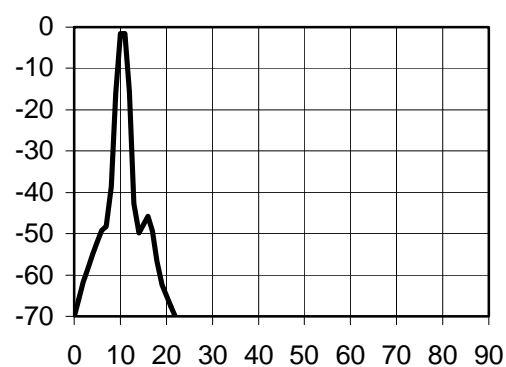
по оси абсцисс указан номер полосы анализа



а)



б)



в)

Рис. 3. Результаты тестирования
спектрального разделения:
а) – окно Ханна; б) – окно Блэкмана;
в) – «гибрид» окон типа Хемминга и типа
Блэкмана;
третий тестовый сигнал;
по оси ординат указано ослабление, дБ;
по оси абсцисс указан номер полосы
анализа

Полосы анализа имеют шаг по частоте, равный $\nu_1 = 2/T$, поэтому при выборе в (9, 10) $\nu_D = 1/2T$ количество нулей в зоне боковых лепестков фильтра удвоится, оставаясь при этом равномерным по частоте. Заметим, что при любом выборе ν_D передаточная функция окна (9) остается вещественной, а потому оценивание фазы сигнала остается верным.

Результат совместного использования пары временных окон (9, 10) отражен на рис. 4а, результат же использования половины суммы квадратов комплексных оценок спектра с учетом фаз с окном (9) и с окном (10) отражен на рис. 4б.

Ширина главного лепестка на рис. 4а немного меньше, чем при простом прямоугольном окне, вершины боковых лепестков ниже на 2 дБ, а количество боковых лепестков увеличено в 2 раза. Оценивание фазы сигнала согласно (6) в этом случае не приводит к неоднозначностям.

Ширина главного лепестка на рис. 4б немного больше, чем при простом прямоугольном окне, вершины «боковых лепестков» ниже на 2 дБ, а про количество боковых лепестков говорить уже по сути дела нельзя, т.к. они теперь практически не выражены. Оценивание фазы сигнала путем извлечения квадратного корня из суммы квадратов оценок спектра с учетом фаз в этом случае приводит к неоднозначности и дает ответ с точностью до знака результата. Правило выбора знака может заключаться,

например, в выборе разности фаз не более $\pm 90^\circ$ по сравнению с результатом анализа в том из пары окон (9 или 10), в котором амплитуда сигнала в этой полосе анализа больше. Возможно, существует и лучшее правило выбора знака.

Временные окна (9) и (10) могут быть применены непосредственно к сигналу во временной области. Вместо этого можно дополнить сигнал нулями так, чтобы его суммарная длительность увеличилась в 4 раза. Тогда действие окон (9) и (10) будет приводить к смещению спектра на одну полосу в большую или в меньшую сторону по частоте. После проведения вычислений результаты соседних 4 полос анализа можно снова объединить.

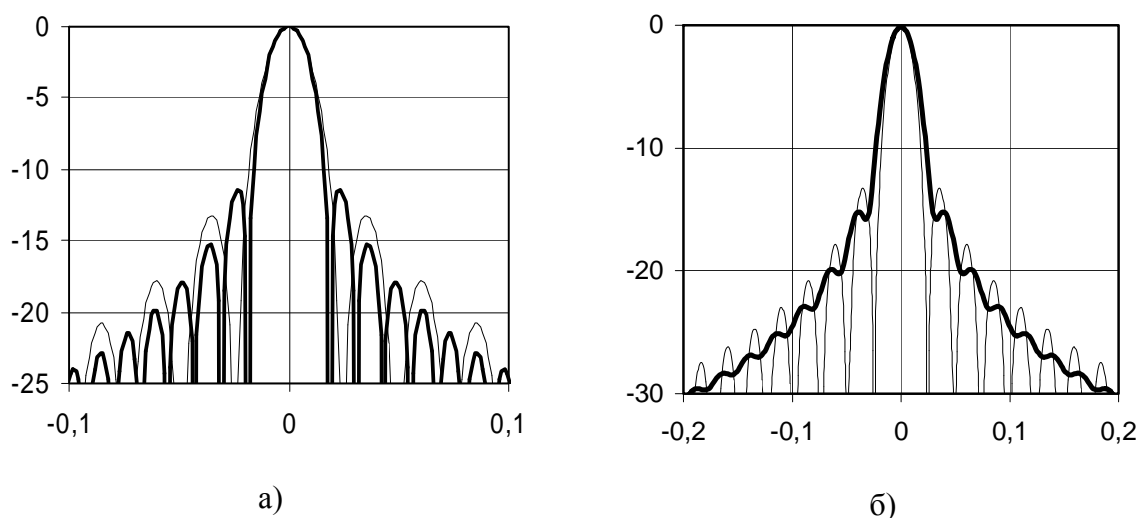


Рис. 4. Тонкими линиями изображен отклик фильтра на гармонический сигнал для классического фильтра с прямоугольным окном, а жирной линией — соответственно отклик «энергетического» фильтра, использующего пару окон (9, 10). По оси абсцисс отложен параметр $S = 2\pi\nu T / N$, где ν — частота, $N = 256$.

а) окна используются аналогично (5, 6); б) окна используются раздельно, отображена полусумма квадратов комплексных оценок спектра

Использование взвешенной суммы квадратов оценок спектра с учетом фаз для большого количества разных временных окон в интервале времени $[-T/2, +T/2]$ может и далее сгладить остатки «боковых полос», что ликвидирует неоднозначность интерпретации результата спектрального анализа. Исследование такой возможности представляет собой отдельную задачу и выходит за рамки настоящей статьи.

Выше (рис. 1) рассматривалась пара временных вещественных окон, существенно различающихся по форме между собой. В случае использования пары комплексных временных окон $f(t)$, $g(t)$ обладающих свойством симметрии $f(-t) = f(t)^*$, $g(-t) = g(t)^*$ фаза сигнала по-прежнему оценивается верно. В случае же использования пары комплексных временных окон общего вида оптимизация амплитудной характеристики фильтра, возможно, может привести к искажению его фазо-частотной характеристики.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены фильтры, основанные не на одном временном окне в интервале времени $[-T/2, +T/2]$, а на паре разных вещественных окон в этом интервале времени. Результаты анализа качества полученных оценок спектра мощности сигнала и соответствующих им (нелинейных) фильтров сигнала показывают лучшее подавление боковых лепестков при сохранении ширины главного лепестка.

При этом «ценой» за лучшее подавление боковых лепестков при сохранении ширины главного лепестка фильтра является нелинейность, не проявляющаяся впрочем, как существенно «вредная» из-за пропорциональности выходного сигнала фильтра входному. Свойства таких фильтров требуют исследования применительно к конкретным задачам фильтрации.

Показана возможность эффективного совместного использования пары комплексных временных окон в интервале времени $[-T/2, +T/2]$, не приводящих к искажению оценки фазы сигнала, но существенно при этом меняющих поведение боковых лепестков фильтра.

Рассмотренные методы фильтрации сигнала и оценки его спектра мощности могут найти применение в задачах гидроакустики не только при частотном анализе сигналов, но и применительно к пространственному и угловому спектрам гидроакустических приемных систем (в том числе антенн).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М., «Мир», 1989, 540 с.
2. Richard J. Higgins. Digital signal processing in VLSI, Analog Devices, Inc., Norwood, 1990, 575 p.
3. Курчанов А. Ф. Об оценивании спектра мощности сигнала / Измерительная техника. – 2008. – №9. – С.1035–1037.