

С. А. Муравьев

*Российский Государственный Университет нефти и газа им. И. М. Губкина,  
119991, ГСП-1, Москва, Ленинский проспект, д. 65, кафедра ИИС,  
e-mail: [muraviev.sergey@gmail.com](mailto:muraviev.sergey@gmail.com)*

## О применении теории М. А. Био к вопросам спектрального анализа сигналов волнового акустического каротажа

*Получена 07.07.2009, опубликована 10.09.2009*

В статье рассматриваются вопросы применения теории М. А. Био к задаче интерпретации спектров акустических сигналов, регистрируемых многоэлементными скважинными зондами. Представлены дополнения, учитывающие некоторые особенности реальных пористых сред и насыщающих флюидов, а также выражения для оценки физических свойств пород по спектральным характеристикам акустических сигналов. Решение проблемы предлагается искать с помощью численных методов, причем подход может быть адаптирован для широкого класса задач ультразвуковых измерений параметров пористой среды.

Ключевые слова: акустический каротаж, пористая среда, спектр, М. А. Био

### ВВЕДЕНИЕ

Спектральный анализ акустических сигналов, регистрируемых многоэлементными скважинными зондами, в настоящее время является одним из перспективных направлений исследований в области интерпретации данных волнового акустического каротажа. Однако широкое внедрение методов спектрального анализа в течение долгого времени сдерживается отсутствием обоснованной физической модели волновых процессов, протекающих в пористых средах, которую можно было бы использовать для интерпретации спектров акустических сигналов. Создание и дальнейшее развитие такой модели представляется весьма актуальной задачей.

Следует отметить, что история вопроса восходит еще к работе Я. И. Френкеля [1], посвященной так называемому «сейсмоэлектрическому эффекту». Анализируя уравнения движения жидкой и твердой фаз, Я. И. Френкель нашел приближенное решение дисперсионного уравнения распространения продольных волн, соответствующее волнам первого и второго рода. Позднее, в работе К. Цвиккера и К. Костена [2] были представлены уравнения распространения звуковых колебаний в случае газонасыщенной пористой среды в одномерном приближении. Одновременно, в области сейсмоки, Гассманом [3] были предложены соотношения, описывающие влияние состава флюида на сейсмические скорости волн и свойства пород. Наиболее

общая теория волновых процессов, протекающих в пористых средах, была предложена М. А. Био в серии работ середины прошлого века [4, 5, 6]. В частности, приравнивая силы, действующие на единичный элемент среды, М. А. Био получил векторные уравнения распространения акустических волн в терминах среднего смещения скелета и флюида, решение которых предсказывало существование продольной волны второго рода, впервые зарегистрированной Т. Плоной [7] в 1980 г. К настоящему времени доказано, что предложенная М. А. Био система уравнений отталкивается от тех же соотношений между напряжениями и деформациями, что и в работе Я. И. Френкеля, но отличается большей общностью [8].

## 1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ М. А. БИО

Применительно к вопросам геофизической акустики, необходимо понимать, что вскрытая скважиной насыщенная жидкостью горная порода с преимущественно межзерновым типом пор представляет собой в некотором приближении неидеальноупругую двухфазную пористую среду [9]. Такая среда состоит из твердого скелета и пустот, наличие которых обуславливает множество различий физических свойств пористых материалов по сравнению с твердыми телами. Следуя подходу, предложенному М. А. Био [4, 5], рассмотрим пористую среду, насыщенную невязкой, несжимаемой ньютоновой жидкостью, закрытая пористость которой ничтожно мала, а стенки каналов пор непроницаемы. Пусть длина акустической волны существенно больше среднего диаметра пор. Обозначим:

$K_s$  — объемный модуль скелета,

$\rho_s$  — плотность материала скелета,

$N$  — модуль сдвига среды,

$K_f$  — объемный модуль флюида, насыщающего поры,

$\rho_f$  — плотность флюида,

$\varphi$  — пористость среды,

$\rho$  — плотность среды.

Тогда, сцементированность пористого материала характеризуется значением коэффициента эффективного напряжения [5]:

$$\alpha = 1 - \frac{K_0}{K_s}, \quad (1)$$

где  $K_0$  — объемный модуль ненасыщенной среды.

Можно показать, что выражение (1) представляет собой отношение изменения объема флюида к изменению объема среды при постоянном давлении флюида в порах [10]. Следовательно, коэффициент  $\alpha$  принимает значения в интервале от 0 до 1, поскольку изменение объема жидкости не может превышать изменение объема пористого материала. Дополнительно, Хашин и Шрейкман в работе [11] установили нижнюю границу этого параметра:

$$\alpha \geq \frac{3\varphi}{2 + \varphi}. \quad (2)$$

Для обобщенного описания механических свойств скелета и жидкости, а также степени их взаимодействия, М. А. Био ввел три дополнительные переменные:

$$R = \frac{\varphi^2 K_s K_f}{\varphi K_s + (\alpha - \varphi) K_f}, \quad (3)$$

$$Q = \frac{\varphi(\alpha - \varphi) K_s K_f}{\varphi K_s + (\alpha - \varphi) K_f}, \quad (4)$$

$$P = A + 2N, \quad (5)$$

где  $A$  — константа Ламе из теории упругости.

Применяя известные выражения для объемного модуля через константы Ламе [10], можно показать что

$$P = K_s (1 - \alpha) + \frac{4}{3} N. \quad (6)$$

Коэффициент  $R$  отражает давление флюида, которое требуется, чтобы поместить его единичный объем в пористую среду, при условии, что объем последней не изменится. Коэффициент  $Q$  выражает степень связи между изменениями объемов фаз. От перечисленных переменных зависят следующие безразмерные коэффициенты, характеризующие упругие свойства среды:

$$\sigma_{11} = \frac{P}{P + 2Q + R}, \quad (7)$$

$$\sigma_{12} = \frac{Q}{P + 2Q + R}, \quad (8)$$

$$\sigma_{22} = \frac{R}{P + 2Q + R}. \quad (9)$$

Подобным образом, для оценки межфазового взаимодействия, вводятся динамические плотности фаз:

$$\rho_1 = \rho_{11} + \rho_{12} = (1 - \varphi) \rho_s, \quad (10)$$

$$\rho_2 = \rho_{22} + \rho_{12} = \varphi \rho_f, \quad (11)$$

$$\rho = \rho_1 + \rho_2. \quad (12)$$

Заметим, что коэффициент  $\rho_{12}$  всегда отрицателен и характеризует аддитивную плотность среды, возникающую вследствие совместного движения фаз. Перечисленные плотности определяют значения ряда безразмерных величин, характеризующие динамические свойства среды:

$$\gamma_{11} = \frac{\rho_{11}}{\rho}, \quad (13)$$

$$\gamma_{12} = \frac{\rho_{12}}{\rho}, \quad (14)$$

$$\gamma_{22} = \frac{\rho_{22}}{\rho}. \quad (15)$$

Нетрудно видеть, что из системы (10–12) невозможно рассчитать значения ряда параметров (13–15), поскольку для трех неизвестных определено только два уравнения. Однако, проведенный анализ работ, посвященных данному вопросу, показал, что адекватное решение было найдено Дж. Берриманом в работе [12]: для большого числа пород оказалось возможным усреднить форму зерен деформированным шаром, в результате чего система (10–12) может быть приведена к следующему виду:

$$\rho_{11} = (1 - \varphi)\rho_s + \varphi\rho_f(\xi - 1), \quad (16)$$

$$\rho_{22} = \varphi\xi\rho_f, \quad (17)$$

$$\rho_{12} = -\varphi\rho_f(\xi - 1), \quad (18)$$

здесь  $\xi$  — извилистость каналов пор,  $\tau_r\rho_f$  — удельная масса частиц, колеблющихся в жидкости, причем для сферических частиц  $\tau_r = 0,5$ .

Извилистость  $\xi$  описывает сложность геометрической структуры пустот и может принимать положительные значения от единицы и более. Установлено, что для большинства материалов значения параметра лежат в диапазоне от 1 до 5 [13, 14]. В то же время, приблизительное значение может быть рассчитано по следующей формуле [12]:

$$\xi = 1 + \tau_r \left( \frac{1 - \varphi}{\varphi} \right) \quad (19)$$

Зависимость извилистости каналов среды от пористости представлена на рис. 1.

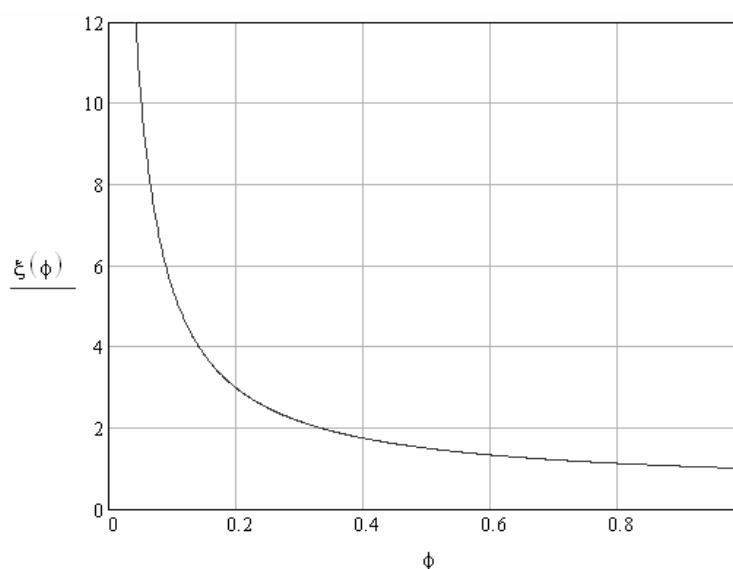


Рис. 1. Примерная зависимость извилистости каналов среды от пористости

Для учета влияния частотно-зависимого поглощения в теории М. А. Био вводится специальная «функция отклонения», характеризующая степень отличия характера движения жидкости в порах от течения в потоке Пуазейля:

$$F(k) = \frac{kT(k)}{4\left(1 - \frac{2T(k)}{ik}\right)}, \quad (20)$$

где  $T(k)$  – вспомогательная функция вида:

$$T(k) = \frac{\frac{d(\text{ber}(k))}{dk} + i \frac{d(\text{bei}(k))}{dk}}{\text{ber}(k) + i \cdot \text{bei}(k)}, \quad (21)$$

здесь  $\text{ber}(k)$  и  $\text{bei}(k)$  — суть функции Кельвина.

Аргумент функции — волновое число, связанное с частотой колебаний  $f$ :

$$k = \sqrt{\delta \frac{f}{f_c}}, \quad (22)$$

где  $\delta$  — структурный фактор, принимающий значения от 16/3 для щелеподобных пор до 8 для каналов округлой структуры.

В дальнейшем, предполагая небольшую трещиноватость среды, будем полагать  $\delta$  равным 8. Величина  $f_c$  представляет критическую частоту, выше которой нарушается ламинарное течение жидкости по закону Пуазейля:

$$f_c = \frac{4\nu\xi}{\pi \cdot a^2}, \quad (23)$$

где  $\nu$  — кинематическая вязкость флюида,  $a$  — средний радиус пор.

Очевидно, при одной и той же конфигурации скелета, критическая частота зависит от типа порозаполнителя.

Следует отметить, что рассматриваемая реологическая модель флюида (несжимаемая, не слишком вязкая ньютонова жидкость) достаточно хорошо подходит для описания пластовой воды, однако в случае нефтесодержащих флюидов более адекватной является модель жидкости Максвелла [15]. Сравнительно недавно, в работе Д. Циклаури [16] были получены аналитические выражения, позволяющие перейти к оценке сил трения в слоях жидкости Максвелла при колебательном движении частиц системы, что, в свою очередь, позволяет скорректировать значения вязкоинерционного поглощения акустических волн, распространяющихся в безграничной пористой среде. Так, используя результаты, полученные Дель Рио и др. [17], авторами работы [16] был представлен более обобщенный вид функции отклонения:

$$F(k) = -\frac{1}{4} \frac{k\sqrt{i+k^2/\lambda}}{1-ik^2/\lambda} \frac{J_1(k\sqrt{i+k^2/\lambda})}{J_0(k\sqrt{i+k^2/\lambda})} \cdot \left[ 1 - \frac{2J_1(k\sqrt{i+k^2/\lambda})}{k\sqrt{i+k^2/\lambda} \cdot J_0(k\sqrt{i+k^2/\lambda})} \right]^{-1}, \quad (24)$$

где  $\lambda$  — число Деборы (Deborah number), определяемое отношением характерного времени протекания вязких эффектов ко времени релаксации в материале.

Параметр  $\lambda$  характеризует систему с точки зрения вязко-упругих взаимодействий [16]:

- Диссипативная система с преобладанием вязких эффектов:  $\lambda > 11,64$
- Система проявляет вязко-упругие свойства:  $\lambda < 11,64$
- Поры заполнены ньютоновой жидкостью:  $\lambda \rightarrow \infty$

Сравнение поведения представленных функций приведено на рис. 2. Видно, что при  $\lambda \rightarrow \infty$  обе функции практически совпадают, при  $\lambda \rightarrow 0$  наблюдается колебательный характер в поведении обобщенной функции.

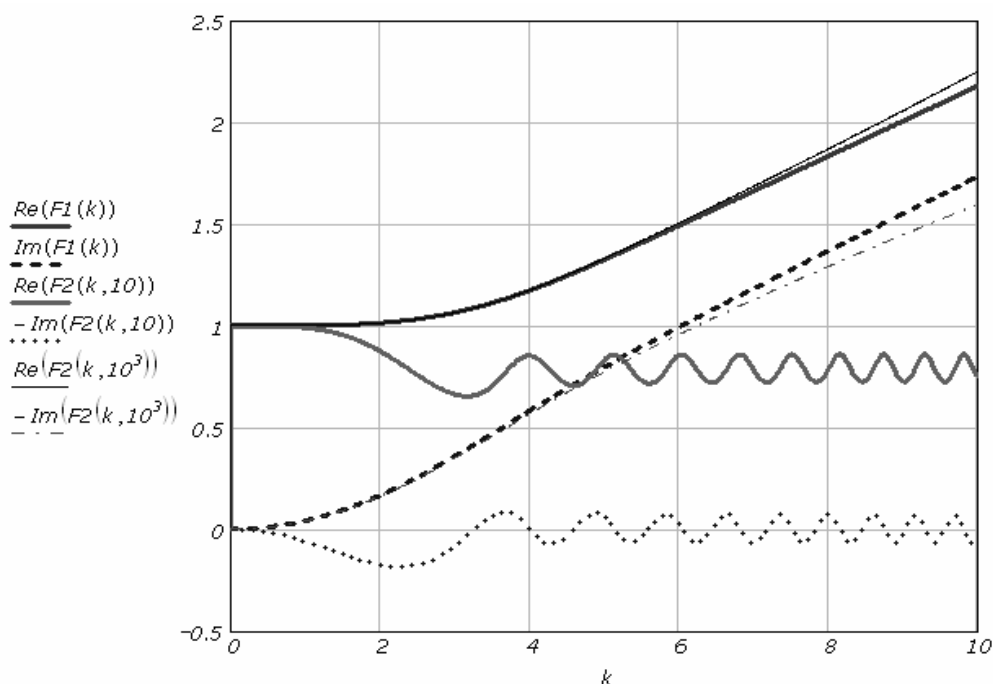


Рис. 2. Сравнение поведения функций отклонения в работах М. А. Био (F1) и Д. Циклаури (F2)

Используя рассмотренные выше выражения, связанное движение фаз в терминах среднего смещения скелета  $u$  и флюида  $U$  можно описать следующими соотношениями [5]:

а) для продольных волн:

$$\nabla^2 (Pe + Q\varepsilon) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11}e + \rho_{12}\varepsilon) + bF(k) \frac{\partial}{\partial t} (e - \varepsilon), \quad (25)$$

$$\nabla^2 (Qe + R\varepsilon) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12}e + \rho_{22}\varepsilon) - bF(k) \frac{\partial}{\partial t} (e - \varepsilon), \quad (26)$$

где

$$e = \text{div}(u),$$

$$\varepsilon = \text{div}(U);$$

б) для поперечной волны:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{11}\omega + \rho_{12}\Omega) + bF(k)\frac{\partial}{\partial t}(\omega - \Omega) = N\nabla^2\omega, \quad (27)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}\omega + \rho_{22}\Omega) + bF(k)\frac{\partial}{\partial t}(\omega - \Omega) = 0, \quad (28)$$

где

$$\omega = \text{rot}(u),$$

$$\Omega = \text{rot}(U).$$

Решение системы в первом случае в общем виде:

$$e = C_1 \exp(i(lx + \alpha t)),$$

$$\varepsilon = C_2 \exp(i(lx + \alpha t))$$

— приводит к характеристическому уравнению:

$$(\sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{12}^2)z^2 - (\sigma_{22}\gamma_{11} + \sigma_{11}\gamma_{22} - 2\sigma_{12}\gamma_{12})z + (\gamma_{11}\gamma_{22} - \gamma_{12}^2) + \frac{ib}{2\pi f\rho}F(k)(z-1) = 0, \quad (29)$$

где

$$z = \frac{l^2}{\alpha^2}V_c^2,$$

$$V_c^2 = \frac{P + 2Q + R}{\rho},$$

$$b = \frac{8\mu\varphi\xi}{a^2},$$

здесь  $V_c$  — скорость продольной волны при отсутствии взаимного движения фаз,  $\mu$  — динамическая вязкость флюида.

Следует отметить, что уравнение (29) имеет два решения, которые соответствуют продольным волнам первого и второго рода. Существование «медленной» продольной волны (волны второго рода) впервые было экспериментально подтверждено Т. Плоной в 1980 г. [7]. Изучению и обнаружению этой волны посвящено большое количество работ. Однако многочисленные эксперименты на материалах естественного происхождения [18, 19] показали, что затухание в этом случае существенно выше, чем в искусственных средах, и устойчивая регистрация волны крайне затруднительна даже при использовании специальных порозаполнителей, например, жидкого гелия [20]. В силу низкой практической значимости медленной продольной волны, в настоящей статье последняя не рассматривается, а под корнем  $z$  уравнения (29) будем понимать решение для случая «быстрой» продольной волны.

Таким образом, фазовая скорость  $V_p$  и коэффициент поглощения  $\alpha_p$  продольной волны будут [5]:

$$V_p = \frac{V_c}{\text{Re}(\sqrt{z})}, \quad (30)$$

$$\alpha_p = \frac{2\pi f \operatorname{Im}(\sqrt{z})}{V_c}. \quad (31)$$

Решение уравнений (27, 28) для случая поперечной волны в виде:

$$\omega = C_1 \exp(i(lx + \alpha t)),$$

$$\Omega = C_2 \exp(i(lx + \alpha t))$$

— приводит к ряду промежуточных переменных:

$$e_1 = (\gamma_{12} + \gamma_{22}) \operatorname{Re}[F(k)] \frac{f}{f_c}, \quad (32)$$

$$e_2 = (\gamma_{12} + \gamma_{22}) \operatorname{Im}[F(k)] \frac{f}{f_c}, \quad (33)$$

$$E_r = \frac{(\gamma_{11}\gamma_{22} - \gamma_{12}^2)(\gamma_{22} + e_2) + \gamma_{22}e_2 + e_1^2 + e_2^2}{(\gamma_{22} + e_2)^2 + e_1^2}, \quad (34)$$

$$E_i = \frac{e_1(\gamma_{12} + \gamma_{22})^2}{(\gamma_{22} + e_2)^2 + e_1^2}. \quad (35)$$

Обозначив скорость поперечной волны при отсутствии относительного движения фаз как

$$V_r = \sqrt{\frac{N}{\rho}}, \quad (36)$$

выражения для фазовой скорости  $V_s$  и коэффициента поглощения  $\alpha_s$  поперечной волны запишутся в виде [5]:

$$V_s = \frac{\sqrt{2} \cdot V_r}{(\sqrt{E_i^2 + E_r^2} + E_r)^{\frac{1}{2}}}, \quad (37)$$

$$\alpha_s = \frac{2\pi f (\sqrt{E_i^2 + E_r^2} - E_r)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2} \cdot V_r}. \quad (38)$$

Заметим, что в теории М. А. Био причиной поглощения энергии колебаний выступает вязкое трение, возникающее вследствие взаимного движения скелета и флюида, другие механизмы поглощения не учитываются. Как указано в работе [9], такой подход вполне допустим для воды, поскольку оказывается возможным пренебречь термоупругой составляющей поглощения, но для нефти ее влияние следует учитывать. В реальных условиях кроме вязкоинерционной составляющей существуют и другие, порой действующие одновременно, причины диссипации энергии акустического сигнала: проскальзывание на контактах зерен, несовершенство кристаллической решетки, неоднородность фаз [21]. Каждая из перечисленных причин может вносить различный вклад в зависимости от степени насыщения породы, величины внешнего давления, частоты сигнала и других факторов. В дальнейших



рассуждениях будем считать допустимым, рассматривать коэффициент поглощения как сумму частных составляющих вида:

$$\alpha_{p/s} = \sum a_i. \quad (39)$$

Следует отметить, что выражения для термоупругой компоненты были получены В. Н. Николаевским в работе [22], однако их непосредственное применение требует введения ряда новых неизвестных (теплоемкости и теплопроводности фаз) и существенно усложняет приведенные выкладки. Кроме того, остаются не рассмотренными другие механизмы поглощения, образующие бесконечную сумму (39). В этом смысле, целесообразно оценивать влияние других (не вязкоинерционных) механизмов поглощения через некоторый остаточный член  $R_a$ . Поскольку в практике акустических измерений полоса частот сигналов достаточно ограничена, будем предполагать возможность линейной аппроксимации зависимости  $R_a(f)$  в этой полосе:

$$R_a = 2\pi f A + B, \quad (40)$$

где  $A, B$  — некоторые действительные величины.

Аналогичные рассуждения применим к вопросу о скорости распространения волн. Учитывая небольшую величину дисперсии, регистрируемую в области акустических частот, целесообразно считать соответствующий остаточный член не зависящим от частоты колебаний:

$$R_v = K. \quad (41)$$

Таким образом, итоговые выражения для скоростей и коэффициентов поглощения продольной и поперечной волн запишутся в виде:

$$V_p = \frac{V_c}{\operatorname{Re}(\sqrt{z})} (1 + K_p), \quad (42)$$

$$V_s = \frac{\sqrt{2} \cdot V_r}{(\sqrt{E_i^2 + E_r^2} + E_r)^{\frac{1}{2}}} (1 + K_s), \quad (43)$$

$$\alpha_p = \frac{2\pi f \operatorname{Im}(\sqrt{z})}{V_c} + 2\pi f A_p + B_p, \quad (44)$$

$$\alpha_s = \frac{2\pi f (\sqrt{E_i^2 + E_r^2} - E_r)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2} \cdot V_r} + 2\pi f A_s + B_s. \quad (45)$$

Рассмотрим передаточную функцию некоторого участка породы  $Z(f)$  от источника сигнала до приемника, выразив последнюю через амплитудную  $A(f)$  и фазовую  $\Phi(f)$  характеристики:

$$Z(f) = A(f) \exp(i\Phi(f)), \quad (46)$$

$$\Phi(f) = \frac{2\pi f L}{V(f)}, \quad (47)$$

$$A(f) = \frac{\exp(-\alpha(f)L)}{L^n}, \quad (48)$$

где  $\alpha(f)$ ,  $V(f)$  — коэффициент поглощения и фазовая скорость волны,  $L$  — расстояние от приемника до источника колебаний,  $n$  — показатель степени расхождения энергии по фронту волны.

Теоретические значения коэффициента  $n$  составляют [9]: 0 — для плоской волны, 0,5 — для цилиндрического фронта, 1 — для сферического фронта. Интересно отметить, что значение  $n = 1,5$ , полученное при проведении серии полевых измерений в работе [23], позволяет предполагать более сложную форму поверхности фронта реальной волны.

Поскольку в общем случае в толще породы распространяются как продольная, так и поперечная волны, общую передаточную функцию следует строить как сумму частных передаточных функций для каждого типа волны. Таким образом, для передаточной функции некоторого участка окончательно имеем:

$$Z(f) = Z_p(f) + Z_s(f), \quad (49)$$

$$Z(f) = A_p(f) \exp(i\Phi_p(f)) + A_s(f) \exp(i\Phi_s(f)), \quad (50)$$

где  $p$ ,  $s$  — индексы, соответствующие продольной и поперечной волнам.

Воспользовавшись данными для породы «*Pecos Sandstone*» из работы [24] и используя приведенные выше выражения, путем перемножения спектра некоторого сигнала (рис. 3) на передаточную функцию среды был получен качественный результат воздействия последней на акустический сигнал. После обратного преобразования Фурье, результат моделирования (рис. 4) представляется в виде волновой картины акустического сигнала, прошедшего через насыщенную водой пористую среду. Значения поправок, рассмотренных выше, предполагались равными нулю, расстояние между приемником и источником — 4 м, фронт волны — плоским. Как следует из рис. 4, влияние пористой среды проявляется в т.ч. в возбуждении и распространении двух типов волн — продольной и поперечной.

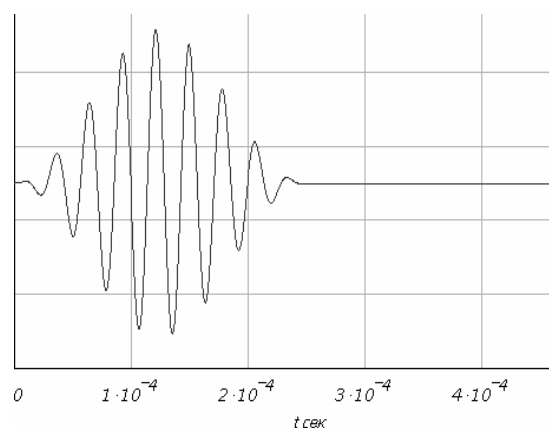


Рис. 3. Иницирующий акустический сигнал

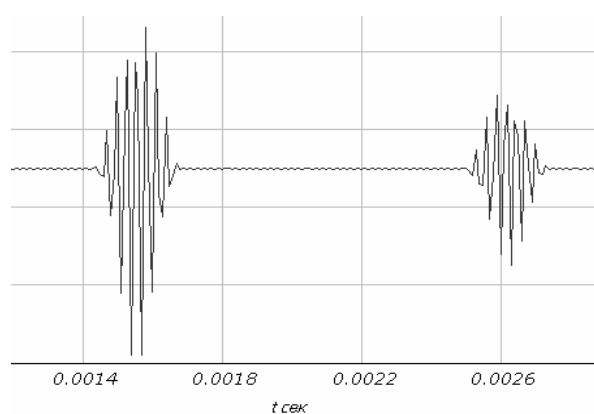


Рис. 4. Волновая картина сигнала после прохождения через породу «*Pecos Sandstone*»

## 2. РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

На практике интересно решение обратной задачи — оценка свойств пород по характеристикам регистрируемых сигналов. С этой целью используем соотношение между передаточными функциями участков пород  $H_k$  от излучателя до приемников колебаний скважинного прибора и спектрами  $S_k$  соответствующих акустических сигналов:

$$\frac{S_k(f)}{S_{k-1}(f)} = \frac{H_k(f)}{H_{k-1}(f)}. \quad (51)$$

При этом предполагается центрированное положение прибора относительно оси скважины и однородность исследуемого пласта. Учитывая выражения (46–48), для определения степени расхождения энергии по фронту волны требуются как минимум 3 приемника акустических колебаний. Система уравнений в этом случае запишется в виде:

$$|S_1| = |S_0| \frac{1}{(L_1)^n} \exp(-\alpha(f)L_1), \quad (52)$$

$$|S_2| = |S_0| \frac{1}{(L_2)^n} \exp(-\alpha(f)L_2), \quad (53)$$

$$|S_3| = |S_0| \frac{1}{(L_3)^n} \exp(-\alpha(f)L_3), \quad (54)$$

здесь  $S_0$  — спектр сигнала источника,  $L_k$  — расстояния между источником и соответствующим приемником.

Найденное значение параметра  $n$  позволяет вычислить зависимость коэффициента поглощения от частоты как множество решений системы (51–53). В то же время, зависимость скорости от частоты можно получить через фазовые спектры сигналов приемников:

$$V(f) = \frac{2\pi f(L_{k+1} - L_k)}{\arg(S_{k+1}) - \arg(S_k)}. \quad (55)$$

Наличие точечных оценок фазовой скорости и коэффициента поглощения волны в зависимости от частоты сигнала позволяет свести исходную задачу к задаче оптимизации некоторого функционала  $\Phi$ , минимизирующего сумму квадратов невязок полученных и рассчитанных значений параметров среды:

$$\Phi = \sum \Phi^2_k(\alpha_k, V_k, f_k) \rightarrow 0. \quad (56)$$

Для каждого типа волны имеет смысл рассмотреть собственный функционал. Достоинство такого подхода состоит как в уменьшении числа аргументов целевой функции, так и в возможности применения алгоритма при наличии данных только для одного типа волн, а также в способности определять степень надежности полученных результатов через сравнение при наличии данных для волн обоих типов.

С целью построения функционалов исключим скорость распространения волны при отсутствии взаимного движения фаз из выражений (41–44), что приводит к следующим уравнениям невязок для продольной (57) и поперечной волны (58):

$$\frac{2\pi f \operatorname{Im} \sqrt{z}(1 + K_p)}{V_p(f) \operatorname{Re} \sqrt{z}} + 2\pi f A_p + B_p - \alpha_p(f) = 0, \quad (57)$$

$$\frac{2\pi f (\sqrt{E_i^2 + E_r^2} - E_r)^{0.5} (1 + K_s)}{V_s(f) (\sqrt{E_i^2 + E_r^2} + E_r)^{0.5}} + 2\pi f A_s + B_s - \alpha_s(f) = 0. \quad (58)$$

Следовательно, обозначенные функционалы могут быть:

$$\Phi_p(f_k) = \sum \left[ \frac{2\pi f \operatorname{Im} \sqrt{z}(1 + K_p)}{V_p(f_k) \operatorname{Re} \sqrt{z}} + 2\pi f_k A_p + B_p - \alpha_p(f_k) \right]^2, \quad (59)$$

$$\Phi_s(f_k) = \sum \left[ \frac{2\pi f_k (\sqrt{E_i^2 + E_r^2} - E_r)^{0.5} (1 + K_s)}{V_s(f_k) (\sqrt{E_i^2 + E_r^2} + E_r)^{0.5}} + 2\pi f_k A_s + B_s - \alpha_s(f_k) \right]^2. \quad (60)$$

Для минимизации полученных выражений (58, 59) автором применялся метод сопряженных направлений Пауэлла [25] с учетом ограничений определенных в виде неравенств, накладываемых на значения параметров среды. На рис. 5 представлен ход процесса оптимизации в случае продольной волны (по данным для 24-х частот некоторого сигнала).

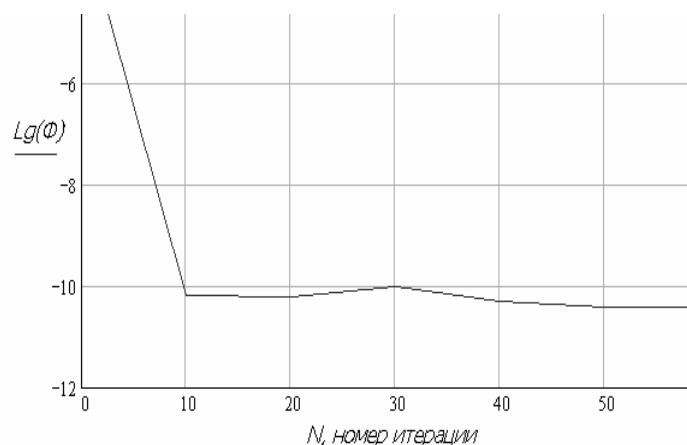


Рис. 5. Уменьшение ошибки приближения по ходу итерационного процесса

Следует отметить, что применение рассмотренного подхода к решению задачи требует существенных вычислительных ресурсов операционной системы. Так, формализованный в виде программы для современного персонального компьютера, алгоритм требует около часа машинного времени для выполнения процедуры оптимизации.

Предварительное тестирование алгоритма проводилось по данным, представленным в работе [26]. На рис. 6 приведены взятые из указанного источника волновые картины акустических сигналов, зарегистрированные тремя приемниками многоэлементного скважинного зонда против некоторого углесодержащего пласта средней мощности.

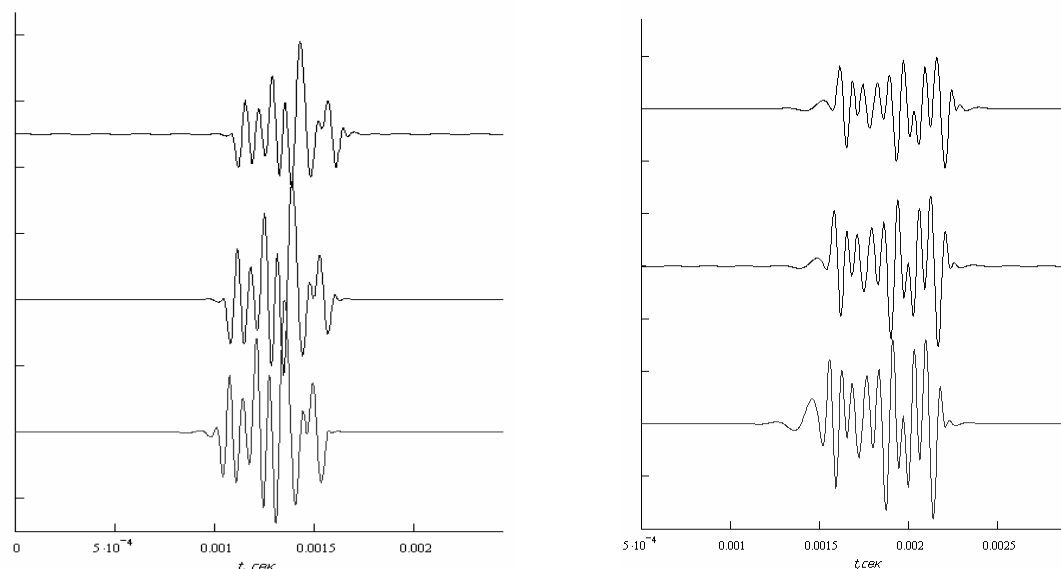


Рис. 6. Акустические сигналы, соответствующие продольной (слева) и поперечной (справа) акустическим волнам

По результатам оптимизации были получены оценки ряда физических параметров среды (табл. 1), а также определены границы изменения поправочных коэффициентов (39, 40):

$$10^{-10} \leq A \leq 10^{-7}, \quad (61)$$

$$10^{-5} \leq B \leq 10^{-3}, \quad (62)$$

$$-10^{-1} \leq K \leq 10^{-1}. \quad (63)$$

Было установлено хорошее согласие большинства оценок с априорными сведениями об исследуемом участке пласта. Наибольшее отклонение было получено для значений модулей всестороннего сжатия и сдвига среды.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, предлагаемый подход определяет связь между спектральными оценками акустического сигнала и физическими характеристиками пористой среды. Дальнейшее развитие данного направления требует проведения серии тестов на промысловых данных по определению условий применения алгоритма и уточнению значений введенных поправок. В перспективе, представляется возможным учесть выкладки В. Н. Николаевского из работы [22] в аналитической части представленной модели.

Таблица 1. Результаты оценки параметров пористой среды по характеристикам продольной (P) и поперечной (S) акустических волн

Название параметра	Единицы измерения	Минимальное значение		Максимальное значение		Среднее значение	
		P	S	P	S	P	S
<i>Извилистость каналов пор</i>	-	1,7	1,7	3,1	3,0	2,5	2,4
<i>Объемный модуль среды</i>	<i>ГПа</i>	8,1	27	40,3	33	20	31
<i>Объемный модуль флюида</i>	<i>ГПа</i>	3,0	2,9	3,5	3,1	3,3	3,0
<i>Модуль сдвига</i>	<i>ГПа</i>	1,9	6,8	5,8	7,6	4	7,2
<i>Пористость</i>	-	0,03	0,08	0,05	0,1	0,04	0,09
<i>Коэффициент эффективного напряжения</i>	-	0,62	0,78	0,89	0,84	0,75	0,82
<i>Плотность скелета</i>	<i>кг/м<sup>3</sup></i>	1920	1500	1980	1700	1940	1600
<i>Плотность флюида</i>	<i>кг/м<sup>3</sup></i>	962	997	1029	1020	1000	1010
<i>Средний размер пор</i>	<i>мм</i>	0,06	0,08	0,08	0,1	0,07	0,09
<i>Вязкость флюида</i>	<i>Па·с</i>	0,001	0,0007	0,0036	0,0011	0,002	0,0009

## ЛИТЕРАТУРА

1. Френкель Я. И. К теории сейсмических и сейсмоэлектрических явлений во влажной почве. Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз., т. VIII, №4, 133–149, 1944.
2. Цвиккер К., Костен К. Звукопоглощающие материалы. М., изд-во иностр. лит., 1952.
3. Gassman F. Elastic waves through a packing of spheres. Geophysics, 16 and 18, 1951.
4. Biot M. A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. Low-frequency range. Journal of the Acoustical Society of America, 28(2), 168–178, 1956.
5. Biot M. A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. Higher-frequency range. Journal of the Acoustical Society of America, 28(2), 179–191, 1956.
6. Biot M. A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. Journal of Applied Physics, 33, 1482–1498, 1962.
7. Plona T. Observation of a Second Bulk Compressional Wave in a Porous Medium at Ultrasonic Frequencies. Applied Physics Letters, 36, 259–251.
8. Косачевский Л. Я. О распространении звуковых волн в двухкомпонентных средах. ПММ, т. XXIII, № 6, 1115–1123, 1959.
9. Иванов В. Н., Карус Е. В., Кузнецов О. Л. Акустический метод исследования скважин. М., «Недра», 1978.

10. Mavko G., Mukerji T., Dvorkin J. The rock physics handbook. Cambridge Univ. Press, 1998.
11. Hashin Z., Shreikman S. Note on a variational approach to the theory of composite elastic materials. J. Franklin Inst., 271, 336–341, 1961.
12. J. G. Berryman. Confirmation of Biot's theory, Appl. Phys. Lett., 37, 382–384, 1980.
13. K. L. Williams, D. R. Jackson, E. I Thorsos. Comparision of sound speed and attenuation measured in a sandy sediment to predictions based on the Biot theory of porous media. IEEE J. Oceanic Eng., vol. 27, 413–428, July 2002.
14. R. Stoll. Acoustic waves in ocean sediments. Geophysics, vol. 42, no 4, 715–725, 1977.
15. Tsiklauri D. Phenomenological model of propagation of the elastic waves in a fluid-saturated porous solid with non-zero boundary slip velocity. J. Acoust. Soc. Am., 112, 843–849, 2002
16. Tsiklauri D., Beresnev I. Properties of Elastic Waves in a Non-Newtonian Fluid Saturated Porous Medium. Transport in Porous Media, 53, 39–50, 2003.
17. del Rio J. A., de Haro M. L. and Whitaker S. Enhancement in the dynamic response of a viscoelastic fluid flowing in a tube. Phys. Rev., E58, 6323–6327.
18. Boyle F. A., Chotiros N. P. Experimental detection of a slow acoustic wave in sediment at shallow grazing angels. J. Acoust. Soc. Am., v. 91, 2615–2619, 1992.
19. Nagy P. B., Adler L., Bonner P. B. Slow wave propagation in air-filled porous materials and natural rocks. Appl. Phys. Lett., v. 56, №25, 2504–2506, 1990.
20. Johnson D. L., Hemmic D. L., Kojima H. Probing porous media with first and second sound. J. Appl. Phys., v. 76, 104–125, 1994.
21. Уайт Дж. Э. Возбуждение и распространение сейсмических волн. М., «Недра», 1986.
22. Николаевский В. Н. Механика пористых и трещиноватых сред, М., 1984.
23. Булатова Ж. М., Волкова Е. А., Дубров Е. Ф. Акустический каротаж. Л. «Недра», 1970.
24. Detournay E., Cheng A. Fundamentals of Poroelasticity, Comprehensive Rock Engineering. Pergamon Press, 113–171, 1993.
25. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М., «Мир», 1975.
26. Chabot L. Single-Well Imaging Using Full-Waveform Sonic Data. PhD Thesis. University of Calgary, 75–80, 2003.