

С. Д. Шестаков

*Московский государственный университет технологий и управления,
Российское акустическое общество, e-mail: sdsh@mail.ru*

Многопузырьковая акустическая кавитация: математическая модель и физическое подобие

Получена 23.08.2010, опубликована 30.09.2010

Показано, что пространственное распределение плотности эрозионной мощности многопузырьковой кавитации может быть описано функцией координат пространства и параметров волны, которая вызывает кавитацию. Для этого, в каждой точке пространства необходимо вычислить значение двух специальных метрик. Первая из этих метрик позволит найти среднее время прихода в эту точку возмущения давления от пульсаций всех пузырьков, вторая – средний коэффициент затухания величины этих возмущений. Полагая многопузырьковую кавитацию эргодическим процессом, интеграл суперпозиции всех возмущений давления следует аппроксимировать периодической обобщенной функцией импульса давления на поверхности одиночного кавитационного пузырька с периодом колебаний равным периоду гармонической волны. Это делает относительно легким численное моделирование динамики многопузырьковой кавитации и дает возможность количественно сравнивать результаты ее физико-химического воздействия при использовании для этого теории физического подобия. Также это позволяет с достаточной степенью точности и надежности выполнять необходимые при проектировании технологических устройств технические расчеты.

Ключевые слова: многопузырьковая акустическая кавитация, численное моделирование, физическое подобие.

ВВЕДЕНИЕ

Акустическая кавитация, порождаемая гармонической упругой волной в жидкости, проявляется в виде пульсации парогазовых пузырьков, которые концентрируются под действием существующих в акустических течениях сил (например, силы Бьеркнеса) вблизи пучностей звукового давления [1], где его амплитуда превышает некий порог, характеризуемый давлением P_c , в так называемые кавитационные области. Их пульсации порождают кавитационный шум (вторичный звук). Он отличается пиковыми значениями давления и колебательной скорости, объясняемыми ударным характером исходящих от пузырьков волн, что обусловлено инерционностью диссипативной динамической системы «пузырек-жидкость», которая трансформирует энергию первичной волны в условиях действия закона сохранения импульса давления [2].

Фактор кавитации, определяющий эффективность эрозионного и сонохимического действия — главных ее физико-химических проявлений, которые используются в качестве технологических в направленных приложениях феномена [3], это величина давления, достигаемого на поверхности пузырьков, когда они сжимаются до минимального по отношению к состоянию покоя объема (коллапс). Прямое измерение параметров коллапса затруднено наличием больших аппаратных и методических погрешностей, возникающих при использовании существующих на сегодняшний день пригодных для этого измерительных средств и методов. Этим обусловлена неоднозначность представлений о механизмах свойственных химии высоких энергий жидкофазных реакций снаружи коллапсирующих пузырьков и газофазных внутри них, а также о сопровождающих эти реакции физических явлениях. Так, в отношении испускания квантов света, которое сопровождает происходящий при сжатии пиролиз парогазовой смеси в пузырьках и переход ее в состояние плазмы, называемого сонолюминесценцией, существуют весьма противоречивые суждения, хотя наряду с выходом продуктов плазмохимических реакций и по нему делают выводы о динамике кавитационных процессов [4]. Тепловым излучением объясняют сонолюминесценцию реже многопузырьковой [5], чаще — однопузырьковой кавитации [6, 7], хотя и у нее тоже находят отличия от спектра нагреваемого тела [8]. В прикладных исследованиях с целью направленного применения производимых кавитацией эффектов, главным образом кавитационной эрозии поверхности твердых тел, часто пользуются различными способами измерения величины и анализа спектров вторичного звука [9–11], а также простым и наглядным методом оценки кавитационных разрушений металлических образцов типа алюминиевой фольги [12].

Таким образом, явление акустической кавитации можно считать достаточно хорошо изученным и описанным только на уровне феноменологии и эмпиризма, а методы исследования возможностей его практического применения — основанными на натуральных экспериментах и физическом моделировании процессов и аппаратов. Такие эксперименты в силу неоднозначности представлений в этой области знаний отличаются низкой интерпретируемостью и повторяемостью результатов, а физические модели трудно поддаются «масштабированию» [13] при создании проектов промышленных аналогов.

Обладание же математической моделью кавитации и принципами численного сравнения между собой кавитационных процессов позволит при разработке прикладных сонотехнологий и оборудования избавиться от трудоемких этапов создания действующих макетов промышленных сонореакторов и даст возможность всецело полагаться на результаты лабораторной оптимизации того или иного процесса. Формализованное описание явления кавитации сведет предпроектные исследования к лабораторному эксперименту и численному компьютерному моделированию по его результатам индустриальной технологии и потребного для ее реализации аппарата. Хотя при этом совсем отказаться от экспериментирования, вероятно, не удастся, но оно станет лабораторным процессом, при котором можно иметь дело с небольшими объемами обрабатываемых субстанций и с малогабаритной неэнергоемкой техникой.

1. МОДЕЛЬ ОДИНОЧНОГО КАВИТАЦИОННОГО ПУЗЫРЬКА

Теоретические представления о кавитации и вычислительные эксперименты в этой области базируются на дифференциальных уравнениях движения стенки сферической парогазовой полости под воздействием переменного внешнего давления [14, 15]. Анализ вариантов известных уравнений такого рода производился неоднократно разными исследователями. Например, начиная с уравнений, составленных еще Дж. В. Стреттом (Рэлеем), он исчерпывающе выполнен в монографии Р. Т. Кнэппа, Дж. У. Дейли и Ф. Г. Хэммита [14]. Из наиболее полно учитывающих физические аспекты уравнений можно составить пригодный для численного компьютерного анализа явления вариант математической модели пульсирующего в одиночку кавитационного пузырька. Например, мгновенные значения радиуса стенки пузырька R и давления P на ней, если пузырек, заполнен смесью паров жидкости и газа с показателем адиабаты γ , имеет диаметр покоя $2R_0$ и пульсирует под действием синусоидально с амплитудой A и частотой f меняющегося давления в сжимаемой жидкости плотностью ρ с вязкостью μ и поверхностным натяжением σ , можно найти интегрируя систему уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{R} = \frac{H}{R} \left(\frac{C + \dot{R}}{C - \dot{R}} \right) - \frac{\dot{R}^2}{2R} \left(\frac{3C - \dot{R}}{C - \dot{R}} \right) + \frac{\dot{H}}{C}, \\ P = \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} \left(P_h - P_v + 2 \frac{\sigma}{R_0} + 4\mu \frac{\dot{R}}{R} \right) \end{cases} \quad (1)$$

с начальными условиями $R = R_0$, $\dot{R} = 0$, где: $C = \left(\frac{n}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} (P + B)^{\frac{n-1}{2n}} (P_h - A \sin 2\pi ft + B)^{\frac{1}{2n}}$ и

$H = \frac{n}{\rho(n-1)} \cdot (P_h - A \sin 2\pi ft + B)^{\frac{1}{n}} [(P + B)^{\frac{n-1}{n}} - (P_h - A \sin 2\pi ft + B)^{\frac{n-1}{n}}]$ — скорость звука в

жидкости у стенки пузырька и энтальпия на этой стенке; $\dot{H} = -3\gamma P \frac{\dot{R}}{R} [n(P + B)]^{\frac{1}{n}}$ —

производная от энтальпии по времени; P_h , P_v и B , n — гидростатическое давление в жидкости, парциальное давление ее паров и параметры уравнения ее состояния; t — безразмерное время в долях периода гармонической волны T .

1.1. Вычислительный эксперимент с моделью одиночного пузырька

На рис. 1 показаны полученные численным интегрированием (1) точечные графики дискретных множеств ($6 \cdot 10^4$ значений) изменения на протяжении трех произвольно выбранных периодов гармонической волны величин:

а) логарифмов безразмерного давления на поверхности пузырька $\lg p = \lg \frac{P}{P^*}$, где

P^* — давление в момент, когда мгновенное значение его диаметра равно диаметру покоя 10 мкм, пульсирующего под воздействием упругой гармонической волны с амплитудой звукового давления 1,25 атм (красный), 2,5 атм (желтый); 5 атм (зеленый) и 10 атм

(голубой) и частотой 20000 Гц в химически чистой воде с гидростатическим давлением $P_h = 1 \text{ атм}$;

б) безразмерных импульсов давления $I_p = \int_0^{3T} \frac{P - P^*}{P^*} dt$, являющихся интегральными

характеристиками, включающими и давление и время его приложения [16];

в) фазовых траекторий изменения параметров пузырька как динамической системы на плоскости «импульс давления - логарифм давления».

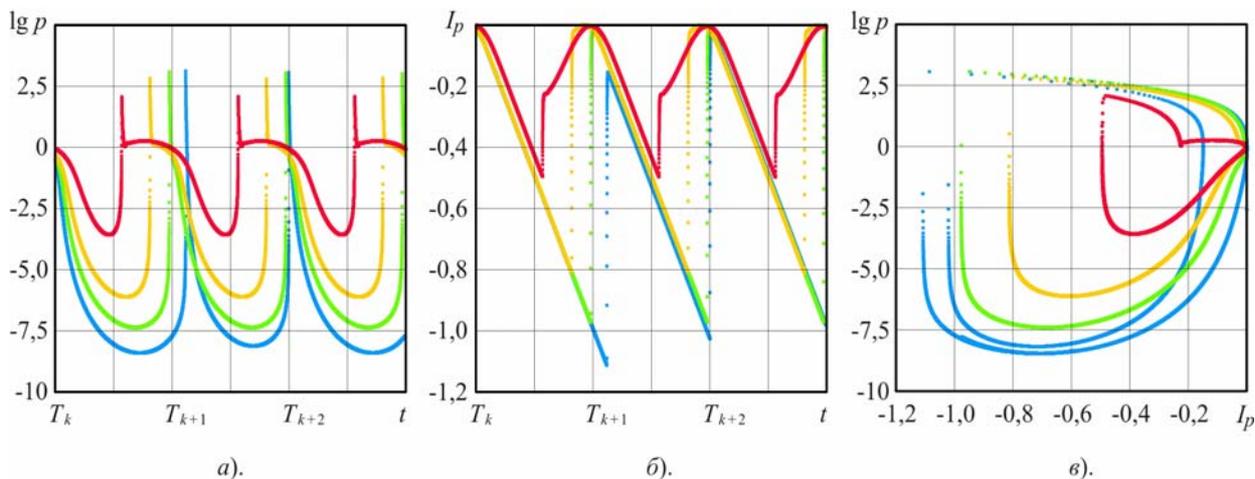


Рис. 1. Закономерности пульсаций одиночного кавитационного пузырька диаметром покоя 10 мкм в воде при различных амплитудах звукового давления

На рис. 2 в том же формате показаны результаты расчета параметров пульсации в воде пузырьков диаметрами покоя 0,1 мкм (светло зеленый), 10 мкм (зеленый) и 100 мкм (темно зеленый) при $A = 5 \text{ атм}$.

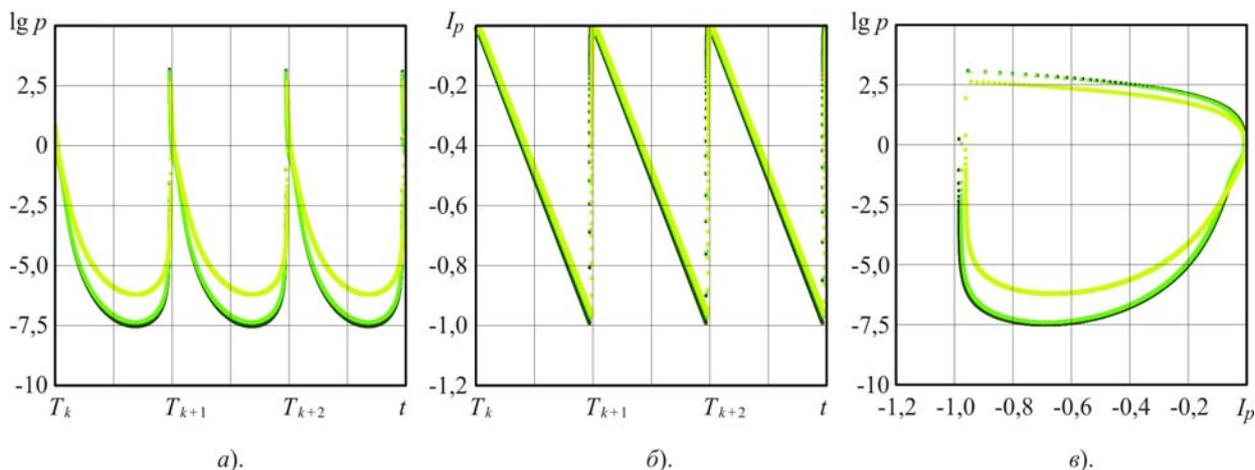


Рис. 2. Закономерности пульсаций одиночных кавитационных пузырьков различных диаметров покоя в воде при амплитуде звукового давления 5 атм

1.2. Обсуждение результатов вычислительного эксперимента

Следует заметить, что влияние вязкости жидкости на процесс пульсации кавитационных пузырьков до сих пор не является однозначно детерминированным параметром модели и наряду с влиянием на динамику пульсаций таких факторов как, например, возможные конденсация пара в пузырьке, теплообмен его содержимого с жидкостью и нарушение сферической симметрии [17–19], может снижать адекватность модели. В соответствии с законом сохранения энергии импульсы давления на поверхности кавитационного пузырька при сжатии и разрежении (также как на поверхности фронта распространения газообразных продуктов подводного взрыва [16]) в среднем за бесконечно большое время должны быть равны между собой по абсолютной величине. В противном случае среднее за период колебаний значение давления в жидкости будет неограниченно расти либо падать. Это приведет к самопроизвольному прекращению кавитации из-за полной дегазации жидкости, чего в реальности не наблюдается. Наоборот, практика говорит о том, что акустическая кавитация при отводе тепла рассеяния энергии вызывающих ее упругих колебаний на трении является самоорганизующимся процессом и стремится к равновесию, свойственному жидкости при любой амплитуде гармонического давления. Поэтому в экспериментах величина P^* являлась произвольным параметром и отличалась от давления покоя в пузырьке в статике P_0 тем, что в динамике в описывающее его выражение [14, 15] должно входить еще и слагаемое, которое учитывает привносимое вязкостью сопротивление движению стенки. В данном случае она выбиралась такой, чтобы траектории на фазовой плоскости (рис. 1, *в*; рис. 2, *в*) имели бы вид предельных циклов. Эксперименты ставились при значениях входных акустических параметров плоской волны в воде, выше которых они вряд ли могут быть использованы в реальных условиях. Например, максимальная амплитуда звукового давления соответствовала интенсивности колебаний 70 Вт/см^2 . При этих условиях P^* , как и максимальная скорость сжатия пузырька, зависит от A и находится в пределах $P_0 < P^* < A$.

Анализ графиков показывает, что с увеличением A максимальное значение p при коллапсе увеличивается и, очевидно, достигает предела вблизи коллапса пузырька, происходящего в конце полупериода сжатия в гармонической волне, а при дальнейшем увеличении, но при сохранении равенства числа коллапсов числу периодов волны k , p остается равным этому пределу в среднем (рис. 1, *а, в*; рис. 2, *в*). Диаметр пузырька вблизи равенства периодов пульсаций пузырька и порождающей их гармонической волны слабо влияет на вид функции импульса давления (рис. 2, *б*).

К сожалению, с помощью рассмотренной модели одиночного пузырька нельзя описать состоящую из множества пузырьков кавитационную область, поскольку она никак не учитывает наличие силового поля вторичного звука.

Однако анализ модели позволяет сделать важный для дальнейших рассуждений в отношении моделирования многопузырьковой кавитации вывод. Предельный цикл динамики пузырька особенно вблизи синпериодичности его пульсаций с гармонической волной (рис. 2, *в*) обладает устойчивостью, а кавитацию ансамбля, состоящего из множества таких пузырьков и управляемого внешним звуковым давлением как динамическую систему можно считать эргодичной. Это, как будет показано ниже, позволяет рассматривать распределение мгновенных значений характеристик кавитационной области в пространстве через динамику одиночного пузырька во времени и открывает путь к построению уравнений, описывающих многопузырьковую кавитационную область.

2. МОДЕЛЬ МНОГОПУЗЫРЬКОВОЙ КАВИТАЦИИ

Обобщенный подход к оценке величины рассеиваемой на многопузырьковой кавитации энергии упругой волны, базирующийся на эмпирических данных, был сформулирован в работах, выполненных под руководством Л. Д. Розенберга [15]. Попытки же формализованного описания кавитационной области посредством пространственного распределения трансформированной на кавитации энергии стали появляться совсем недавно [1, 2, 9, 19–22]. Одно из них, построенное для действующей в стоячей волне с единственной пучностью давления кавитационной области, привело к следующим рассуждениям, которые позволят внести существенные изменения с целью его усовершенствования.

Известно что, эффект кавитационной эрозии уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния от объекта до кавитационного пузырька, тогда как затухание порождаемых пульсациями пузырька возмущений давления приблизительно обратно пропорционально этому расстоянию [14, 15]. То есть, вторичным звуком над объектом совершается работа, мерой которой служит пропорциональная выделенной в каждой точке его поверхности разрушающей энергии. Будучи отнесена к продолжительности ее приложения, она может быть названа q_{er} – *объемной плотностью эрозионной мощности кавитации* (ОПЭМК) в этой точке. Задача моделирования динамики кавитационной области сводится к нахождению распределения q_{er} по координатному пространству (x, y, z) , с началом координат, например, совпадающим с геометрическим центром занимаемого в нем пульсирующими пузырьками объема v (или i объемов Σv_i). Каждой точке пространства кавитирующей жидкости принадлежит конечное число отрезков (векторов \mathbf{r}), соединяющих ее со всеми N пузырьками. Если все пузырьки одинаковы, то вызванное их пульсациями мгновенное значение возмущения давления в любой точке содержащего одну кавитационную область объема жидкости имеет вид:

$$\Delta P = \frac{N}{vt} \iiint_{(v)} \frac{(P - P^*)R_0}{R_0 + r} dx dy dz d\tau, \quad (2)$$

где: r — модуль вектора \mathbf{r} ; t — среднее безразмерное время прихода возмущений давления от всех пузырьков кавитационной области в выбранную точку.

Мгновенное значение отклонения давления $P - P^*$ на поверхности одного из N пузырьков кавитационной области от среднего по бесконечному времени значения в (2), стоит под знаком двух интегралов, так как является функцией фазы суперпозиции возмущений давления, в свою очередь зависящей от линейных размеров кавитационной области. Если пузырьки пульсируют синпериодически с гармонической волной (см. рис. 2), и безразмерный импульс давления на поверхности одиночного пузырька — фазовая функция, то можно безразмерную фазу его пульсаций рассматривать как среднюю по геометрическому пространству фазу суперпозиции пульсаций всей кавитационной области в данной точке. Тогда опустив в (2) слагаемое R_0 в знаменателе подынтегрального выражения за малостью и разделив переменные, можно записать вид функции среднего за период волны квадрата возмущения давления от кавитации в любой точке пространства жидкости:

$$\overline{\Delta P^2} = \left(\lambda P^* R_0 N \frac{\iiint_{(v)} r^{-1} dx dy dz}{\iiint_{(v)} r dx dy dz} \right)^2 \int_0^1 I_p^2 d\phi, \tag{3}$$

где: λ — длина пробега возмущения давления от кавитации за период гармонической волны; ϕ — безразмерная фаза гармонической волны. Введя специальные метрики пространства $\bar{m}_a = v^{-1} \iiint_{(v)} r dx dy dz$ и $\bar{m}_h = v(\iiint_{(v)} r^{-1} dx dy dz)^{-1}$ — среднее арифметическое и среднее гармоническое расстояния от данной точки пространства до всех точек кавитационной области, соответственно, запись выражения (3) можно упростить. Первая из них при делении ее на длину волны становится средним по кавитационной области безразмерным временем прихода возмущений давления от всех ее пузырьков в точку, для которой выполняется расчет $t = \frac{\bar{m}_a}{\lambda}$, а при делении радиуса покоя пузырька на вторую получается средний по кавитационной области коэффициент затухания в ней $a = \frac{R_0}{\bar{m}_h}$ этого суммарного возмущения давления. Длина пробега возмущения давления от кавитации за период гармонической волны положена в (3) равной длине этой волны. Это может вызывать сомнения в правильности интерпретации (2) в связи с известной гипотезой Кирквуда и Бете [14, 15, 22, 23], которые позволяет устранить рис. 3. Из него видно, что отклонение абсолютной скорости звука у поверхности пузырька от номинальной знакопеременно и очень кратковременно. Средняя же за период пульсации, превышающий здесь продолжительность коллапса почти в 50 раз, скорость распространения в жидкости импульсов давления от кавитационных пузырьков, складывающаяся из скорости звука и скорости движения стенки, остается равной номинальной скорости звука в ней.

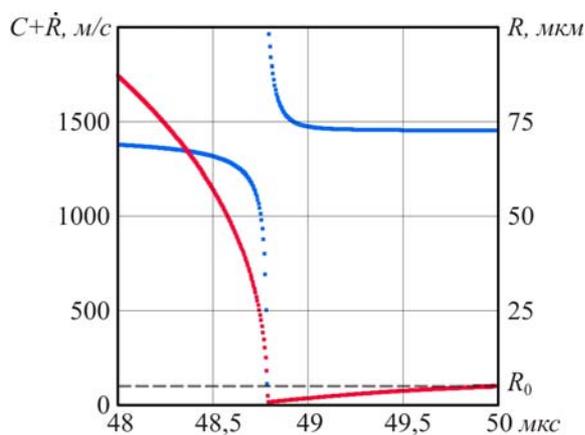


Рис. 3.

Графики изменения во времени диаметра кавитационного пузырька R (красный) и скорости звука $C + \dot{R}$ в воде у его стенки (синий) в упругой волне с амплитудой звукового давления 5 атм и частотой 20000 Гц

Для приближения функций импульса давления при синпериодических пульсациях в работе [9] предложено использовать кусочно-линейную функцию $I_p = [t + \phi] - t$, где (и далее) квадратными скобками обозначена целая часть числа. Производная от нее —

периодическая обобщенная функция двух вещественных безразмерных переменных, которую в каждом k -ом периоде можно выразить через δ - Дирака:

$$\dot{I}_p = \delta - 1 = \begin{cases} \infty, & t = T_k - \phi; \\ -1, & t \neq T_k - \phi. \end{cases} \quad (4)$$

Такой прием аналогичен приемам, применяемым в квантовой механике, где для описания систем с сосредоточенными параметрами также используются обобщенные функции, их производные и интегралы. Если дифференцирование функции импульса давления дает в результате функцию переменной составляющей давления на поверхности пузырька с конечным скачком в точке коллапса, то производная от I_p имеет там точку разрыва $2^{\text{-го}}$ рода. Время пребывания пузырька в объеме меньшем равновесного по отношению к периоду гармонической волны очень мало (см. рис. 3). Поэтому, такое приближение не мешает достаточно достоверно описывать суммарный импульс давления от кавитационной области и интегрировать по фазе его квадрат, в результате чего получается простое выражение вида $\{t\} - \{t\}^2$, где (и далее) фигурными скобками выделена дробная часть числа.

В результате сделанных преобразований можно переписать (3) для кавитации в пучности давления в одной стоячей полуволне как:

$$\overline{\Delta P^2} = (P * D)^2 v^2 a^2 \frac{\{t\} - \{t\}^2}{t^2}, \quad (5)$$

где D — условная объемная плотность пузырьков в жидкости.

На практике часто приходится иметь дело с кавитацией в волне, содержащей n пучностей давления и, соответственно, столько же кавитационных областей. При этом в моделировании возникают две проблемы.

Вариант решения одной из них, заключающейся в формализации рассеяния энергии акустических колебаний на кавитации в плоской волне, предложено для расчета кавитационных реакторов в [24], где размеры объемов v_i каждой i -ой ($i = 1, 2 \dots n$) области определяются площадью фронта волны и высотами h_i на ее луче. Зависимость модуля результирующей амплитуды звукового давления в линейном приближении выражается через коэффициент рассеяния энергии колебаний на кавитации η [15], коэффициент отражения волны θ и амплитуду звукового давления на поверхности при излучении в полупространство жидкости A_0 :

$$A = A_0 \left| \sin 2\pi ft \right| \begin{cases} b^{\frac{2\phi}{\pi}} + b^{4n-2\frac{\phi}{\pi}} \theta; \\ b^{\frac{2\phi}{\pi}} + b^{2n-2\frac{\phi}{\pi}}, \quad b = 1 - \eta^2 \end{cases} \quad (6)$$

при одном и двух одинаковых источниках когерентных колебаний, распространяющих их навстречу друг другу, соответственно.

Координаты границ объемов v_i на луче волны в угловых единицах фазы находятся как положительные корни трансцендентного уравнения $A - P_i = 0$, а их высоты на луче h_i определяются как разность четных и нечетных его корней. В линейные единицы они переводятся путем деления на волновое число $2\pi/\lambda$.

Вторая проблема состоит в том, как учитывать контрафазность пульсаций соседних на луче волны кавитационных областей. Она решается введением зависящей от n поправки к t , через метрику \bar{m}_a . Для пучностей давления, например, с четным порядковым номером поправка к ней будет равна $\frac{\lambda}{2}$. Отсюда $t + \frac{1}{2} = t^*$, а решение для q_{er} находится в виде пропорции комбинаторной функции [25]. Например, если $n = 2$:

$$q_{er} \sim f(v_1 + v_2)^2 a^2 \left(\frac{\{t\} - \{t\}^2}{t^2} + \frac{\{t^*\} - \{t^*\}^2}{t^{*2}} - \frac{2\{t\}\{t^*\}}{t^*t} + \frac{2}{t^*t} \begin{cases} \{t\} & \text{при } \{t^*\} > \{t\} \\ \{t^*\} & \text{при } \{t^*\} \leq \{t\} \end{cases} \right). \quad (7)$$

Тогда, выражая $\int_0^1 I_p^2 d\phi$ из (3) как функцию аргументов t , λ и n при бесконечно большом числе периодов волны независимо от фазы начала отсчета ОПЭМК для одной и той же жидкости можно записать в виде следующей пропорции:

$$q_{er} \sim f\left(\sum_{i=1}^n v_i\right)^2 a^2 \frac{\left\{t + \frac{1}{2n} \left[\frac{n}{2} \right]\right\} - \left\{t + \frac{1}{2n} \left[\frac{n}{2} \right]\right\}^2}{t^2 + t \frac{1}{n} \left[\frac{n}{2} \right] + \frac{1}{4n^2} \left[\frac{n}{2} \right]^2}. \quad (8)$$

Эта функция q_{er} позволяет для кавитации, действующей в упругой гармонической волне с амплитудой звукового давления, обеспечивающей синпериодические условия пульсации пузырьков, численно моделировать пространственное распределение величины пропорциональной среднему за период волны значению ОПЭМК, не зависящему от начала отсчета времени.

2.1. Сравнительные эксперименты с моделью многопузырьковой кавитации

На рис. 4, *а*, *б* показаны два распределения ОПЭМК за период первичной волны, рассчитанные в соответствии с (7) для конкретных начальных ее фаз и одно (рис. 4, *в*), усредненное по бесконечно большому времени в соответствии с (8).

На рис. 5, *а* приведены не вошедшие в работу [9] результаты оценки эрозионной мощности кавитации методом, описанным Р. Т. Кнэппом более полувека назад, но часто используемым и в современных исследованиях [12]. В данном случае в реактор с тремя источниками стоячих полуволн одинаковой частоты, фазы и интенсивности, установленными параллельно друг другу лучами, в плоскости пучности их звукового давления помещали алюминиевую фольгу, которая подвергалась там кавитационной эрозии. А на рис. 5, *б* приведена картина распределения относительной ОПЭМК в плоскости этой фольги, полученная в результате его компьютерного моделирования.

На рис. 6, *а* показан результат специально поставленного эксперимента по разрушению алюминиевой фольги, а на рис. 6, *б* — результат компьютерного моделирования распределения относительной ОПЭМК в этом случае. Образец был установлен, как показано пунктирной линией, своей поверхностью параллельно лучу волны в лабораторном реакторе, описанном в [26]. Реактор со снятым днищем был перевернут и заполнен водой до уровня 68 мм выше поверхности излучателя, то есть волна излучалась снизу и отражалась от поверхности воды, граничащей с воздухом.

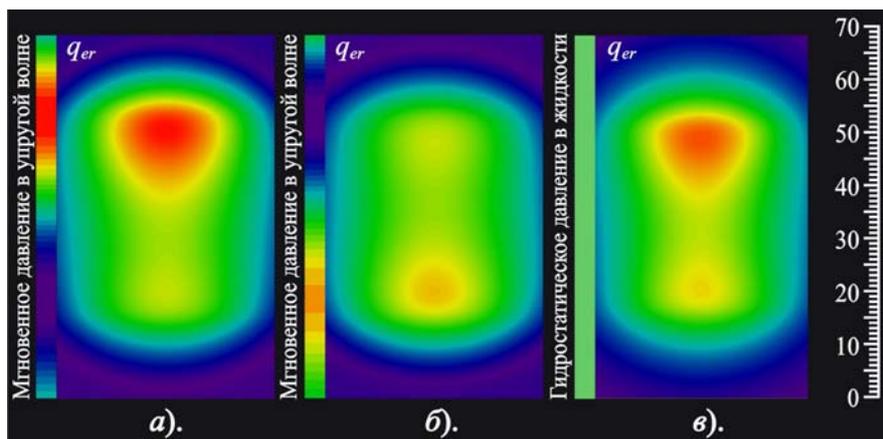


Рис. 4. Двухмерное распределение ОПЭМК в воде в диаметральном сечении реактора с установленным сверху излучателем 350 Вт при фазе сжатия происходящей в:
 а) ближней от излучателя области; б) дальней от излучателя области.
 в) ОПЭМК усреднена по бесконечно большому времени

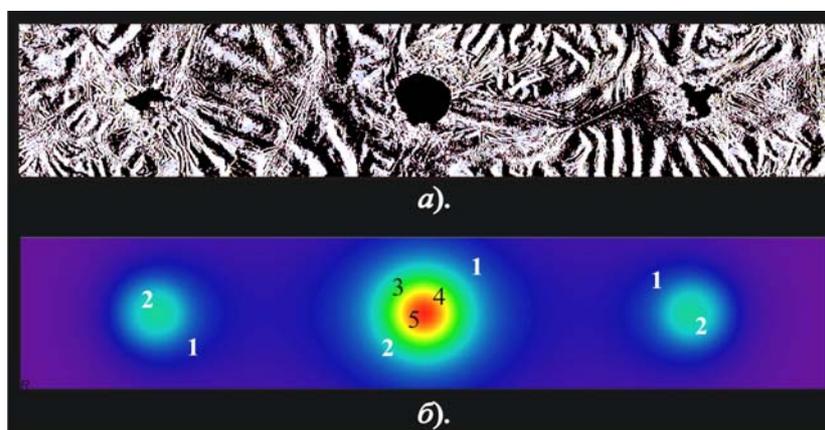


Рис. 5. Разрушение кавитацией алюминиевой фольги: а) образец фольги со следами эрозии; б) распределение относительной ОПЭМК в плоскости фольги. Цифрами указано отношение ОПЭМК к среднему в ней значению

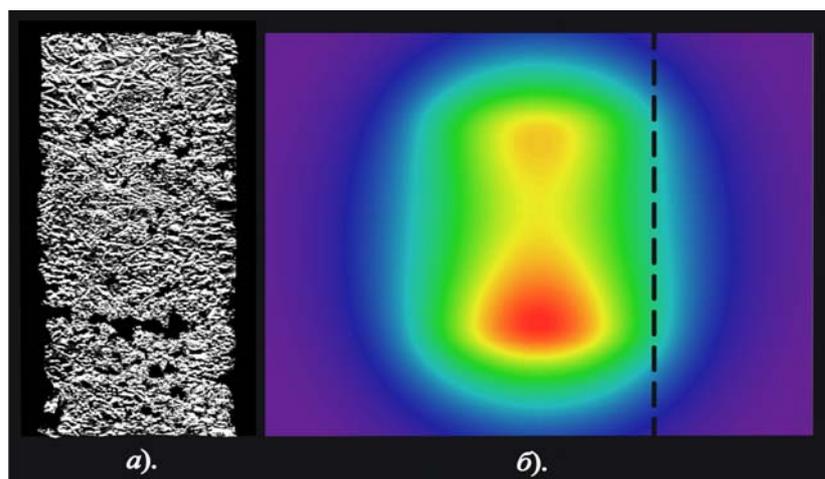


Рис. 6. Разрушение кавитацией алюминиевой фольги: а) эрозия образца фольги; б) распределение ОПЭМК в диаметральном сечении реактора

2.2. Обсуждение результатов экспериментов

В сравнительных экспериментах (рис. 5) использовались источники колебаний от процессора UIP-250 германского производства с согласующими волноводными трансформаторами, обеспечивающими амплитуду звукового давления плоских волн в воде 20 атм [9], и только 2 атм [26] (рис. 6). Тем не менее, вид эрозионных разрушений на алюминиевой фольге, нанесенных кавитацией в трех когерентных полу волнах и двумя кавитационными областями в одной волне, служат наглядным подтверждением достаточной адекватности модели, даже несмотря на столь сильное отличие режимов кавитации от синпериодического. Сравнение этих разрушений с функциями распределения ОПЭМК показывает, что модель применима даже при наличии в жидкости нескольких волн, если колебания когерентны. Положения феноменологического описания модели, могут также служить объяснением, например, установленного в работах [12, 27] факта зависимости величины давления, достигаемого при коллапсе отдельно взятого пузырька от размера кавитационной области.

3. ФИЗИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ КАВИТАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

Параметры N или D , R_0 и P^* являются характеризующими жидкость и ее поведение в режиме кавитации константами. Поэтому, если каким-либо образом стали известны и использованы в расчетах их значения, то полученные в абсолютных единицах численные результаты могут относиться только к конкретной жидкости. На практике исследование того или иного прикладного применения кавитации обычно начинается с практической оптимизации процесса в лаборатории. Чтобы увеличить его масштабы до масштабов индустриального использования сонотехнологии требуется либо этап создания физического макета соответствующего оборудования, либо обладание достоверными принципами подобия кавитационных процессов разных масштабов и численное моделирование промышленной технологии, результаты которого можно будет использовать для проектирования промышленного же аппарата, минуя стадию макетирования. Ясно, что второй вариант делает проект значительно дешевле, а описанная выше модель позволяет его осуществить. Поскольку при такой стратегии выполнения конструкторско-технологического проекта рабочая жидкость в исследовательской лаборатории и на производстве одна и та же, то можно довольно легко использовать модель для выбора оптимальных акустических параметров и размеров сонореактора требуемой промышленной производительности в абсолютных размерностях, зная эти характеристики у аппарата, который использован при лабораторной оптимизации. Например, при оптимальном результате сонохимической обработки в принятом за эталон лабораторном реакторе, работающем с частотой f_{st} , имеющем заданный линейными размерами рабочий объем V_{st} , среднее по нему значение ОПЭМК и дисперсию ее распределения в нем, достигнута определенная производительность процесса. Можно полагать, что в реакторе произвольно выбранного объема, иными условиями формирования волны, но такой же, как у эталона дисперсией распределения ОПЭМК в той же жидкости будет достигнута производительность, отличающаяся в

$$Cr_{cav} = \frac{f \iiint_{(V)} \overline{\Delta P^2} dx dy dz}{f_{st} \iiint_{(V_{st})} \overline{\Delta P_{st}^2} dx dy dz} \text{ раз.} \quad (9)$$

Поскольку входящие в (9) одинаковые константы и размерности всех остальных величин в числителе и знаменателе взаимно сокращаются, то оно описывает частный (эталон выбран произвольно) нетривиальный безразмерный критерий подобия кавитационных процессов в одной и той же жидкости.

3.1. Экспериментальная проверка критерия подобия

Практическая проверка этого частного критерия подобия была осуществлена посредством известного эффекта диспергирования кавитацией фаз водных золь. В качестве экспериментальной установки (рис. 7) использовался кавитационный реактор с корпусом 1 из стандартной бесшовной нержавеющей трубы $\varnothing 48 \times 4$ мм со штуцерами 2 для протока золя. В торцы корпуса посредством уплотнительных колец 3, шпилек 4 и фланцев 5 вмонтированы понижающие амплитуду в 2,5 раза акустические волноводные трансформаторы 6. Расстояние между их обращенными в золь поверхностями в первом варианте (рис. 7, а) равно $0,5\lambda$, а во втором (рис. 7, б) $1,5\lambda$ колебаний. В варианте а, (эталон) источник 7 колебаний частотой 22 кГц присоединен к одному из трансформаторов, а второй играл роль рефлектора. В варианте б к каждому из трансформаторов присоединено по источнику. Излучаемые ими колебания когерентны.

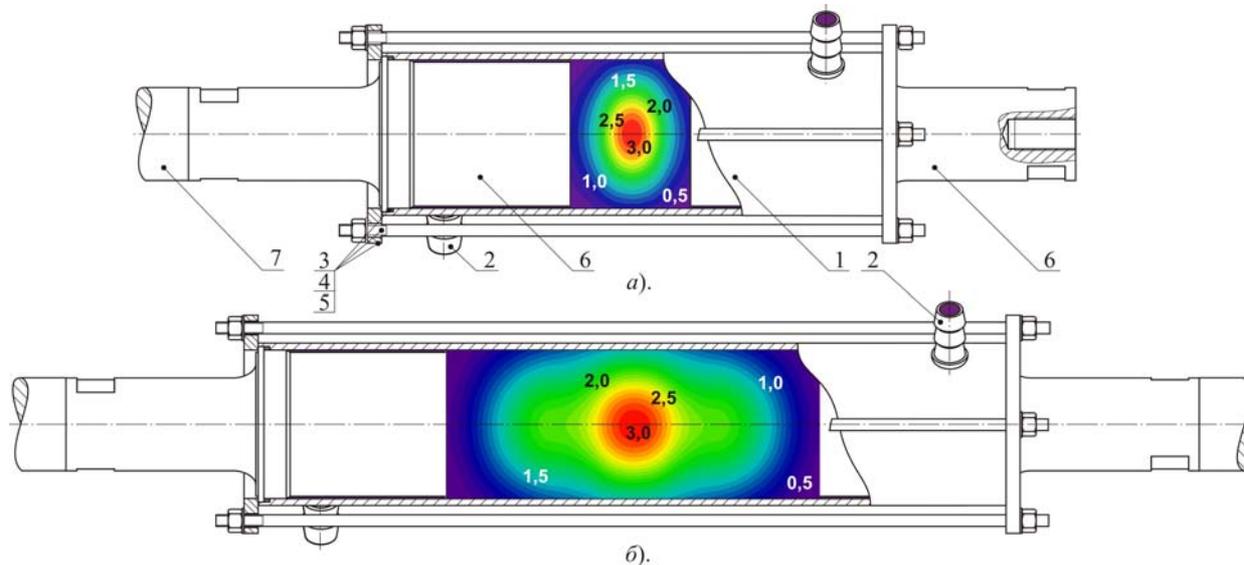


Рис. 7. Конструкция экспериментального реактора с распределением относительной ОПЭМК в его диаметральном сечении: а) и б) — варианты

В обрабатываемой жидкости (золе полистирольного латекса) кавитационная эрозия совершает работу против прочности частиц фазы, которой пропорционально получаемое в итоге изменение дисперсности золя. В эксперименте по пять образцов латекса, полученного методом эмульсионной полимеризации стирола, со средним размером частиц 300 нм в пересчете на диаметр сферы и одинаковыми исходными

оптическими плотностями пропускали через реактор со скоростью 2 мл/с при одинаковой начальной температуре. Затем методом монохромной турбидиметрии в диапазоне длин волн 400...600 нм с дискретностью 20 нм определяли их оптические коэффициенты пропускания. Значения полученных средних поперечных размеров частиц вычисляли по углам наклона аппроксимированных прямыми линиями зависимостей логарифмов оптических плотностей от логарифмов длин волн, полагая форму частиц сферической и пользуясь известным эмпирическим уравнением Геллера.

При расчете критерия подобия реактора варианта б эталону P_i задан равным 2 атм, так как это приблизительно соответствует давлениям, достигаемым на поверхности кавитационных пузырьков, которые равны величине разрушающих механических напряжений при растяжении-сжатии для полистирола. То есть вклад пузырьков, пульсирующих от меньших абсолютных значений переменного давления в стоячей волне, не учитывался. При этом дисперсии распределения ОПЭМК у того и другого вариантов реактора оказались равны между собой и имели значение 0,4.

3.2. Результат эксперимента и их обсуждение

Таблица 1. Характеристики вариантов реактора и результаты диспергирования латекса

ПАРАМЕТР	Ед. изм.	ЗНАЧЕНИЕ	
		Вариант а (эталон)	Вариант б
Акустическая мощность гармонических колебаний	Вт	350	700
Объем рабочего пространства реактора V	мл	41,4	124,2
Суммарный объем кавитационных областей ΣV_i	мл	19,9	82,3
Коэффициент рассеяния энергии на кавитации η		0,15	0,15
Коэффициент отражения волны θ		-0,88	-
Полученный средний диаметр частиц латекса*	нм	236±6	143±7
Критерий Cr_{cav} , рассчитанный по (6), (8) и (9)		1	2,46
Относительное увеличение дисперсности латекса	%	21±2	52±2

*с границами доверительных интервалов при 90%-ном уровне значимости.

Теоретически критерий показывает, что при отличающихся вдвое акустических мощностях, отличающихся втрое рабочих объемах и одинаковых дисперсиях распределения по объему ОПЭМК, производимые вариантами реактора эрозионные эффекты отличаются в 2,46 раза, а эксперимент подтверждает, что с вероятностью 90% это отличие практически находится в пределах 2,17...2,84. То есть для выбранного количественного метода тестирования частного критерия подобия результат оказался вполне удовлетворительным.

3.3. Прогностическая функция критерия подобия

Пусть для рассмотренной выше технологии диспергирования понадобился аппарат наибольшей возможной производительности. На отечественном рынке к продаже предлагается ультразвуковой генератор УЗГМ-10-22, от которого можно запитать два излучателя ПМС-5-18 (ГК «РЭЛТЕК», г. Екатеринбург). Думается сейчас это самый мощный в России серийно выпускаемый комплект источников УЗ-колебаний с

магнитострикционным типом преобразования энергии и блока питания для них, если излучать ими ультразвук в один реактор когерентно. Суммарная акустическая мощность составляет при этом $4,4 \text{ кВт}$ [28]. На рис. 8 показаны вычисленные значения критериев подобия, дисперсий распределения ОПЭМК в объемах и диаметральные сечения объемов возможных вариантов круглого в плане реактора с самими этими двухмерными распределениями. Диаметр ректора 100 мм , то есть максимально возможный из расчета равенства интенсивности излучения эталону по всей площади его поперечного сечения, а высота в мм указана масштабной линейкой на рисунке. При высоте равной нечетному числу полуволн излучатели работают в фазе, четному — в противофазе, что можно сделать с помощью фазоинвертора, устанавливаемого на один из двух выходов задающего генератора частоты.

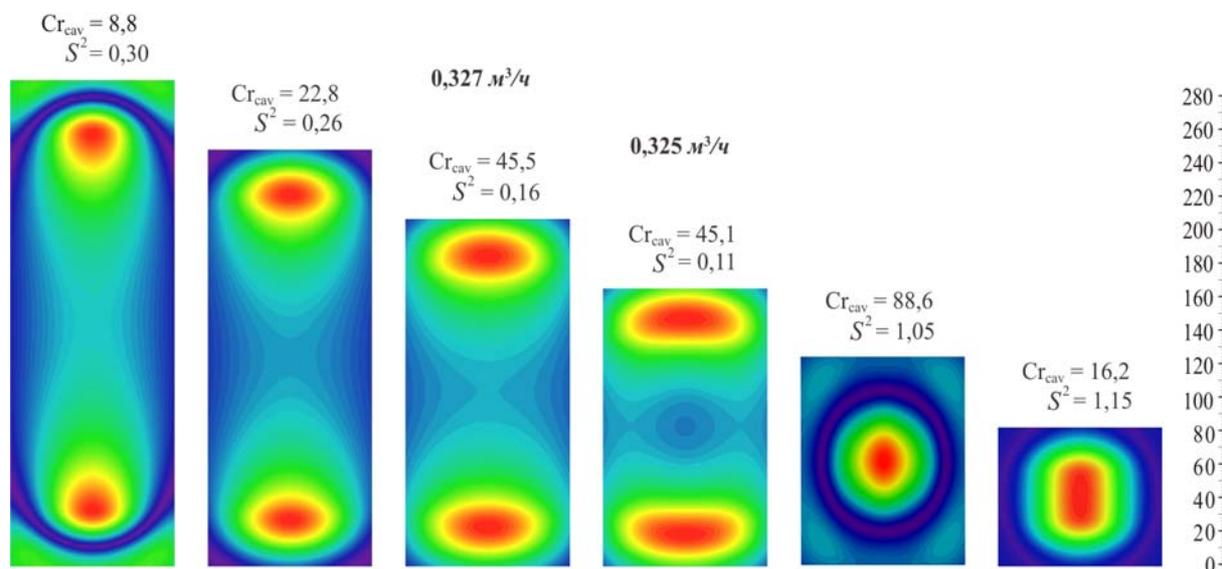


Рис. 8. Диаметральные сечения рабочих объемов вариантов кавитационного реактора с двумя излучателями типа ПМС-5-18 и функции распределения в них ОПЭМК

На 1-ом, 5-ом и 6-ом сечениях слева отчетливо видно, что функция распределения даже по одну сторону от плоскости симметрии реактора немонотонна. Это объясняется тем, что результирующая упругая волна в нем, хотя и переносит рассеиваемую на кавитации энергию, но по положению в пространстве имеет характер стоячей. Значит, существуют стабильные в пространстве зоны, где преимущественно происходит сложение возмущений давления с одинаковыми или противоположными знаками. Дисперсия распределения ОПЭМК на 1-ом – 4-ом сечениях меньше чем у эталона, следовательно, в соответствующих им вариантах реактора будет обеспечена не худшая чем у него равномерность обработки. Из них наивысшие значения критерия у 3-го и 4-го вариантов. Производительности этих реакторов при обработке латекса, так как соответствующая производительность эталона равна $7,2 \text{ л/ч}$, указаны на рисунке. Для сравнения промышленный процессор UIP-4000 фирмы *Hielscher*, ближайший к рассмотренным по акустической мощности, но с несколько иной конструкцией реактора, имеет при диспергировании производительность до $0,4 \text{ м}^3/\text{ч}$ [29].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренная математическая модель является лишь детерминированной составляющей формализованного описания кавитационного процесса, так как для обеспечения синхронизированных условий требуется наличие в жидкости или инъекция в нее абсолютно одинаковых пузырьков, что в реальности недостижимо, так как всегда будет существовать вероятностное распределение их по диаметрам покоя, что потребует введения стохастического компонента модели. Базируемая на ней оценка остается относительной и, вероятно, останется таковой, пока не будут созданы методы и средства, способные точно определять абсолютные значения параметров модели, которые были исключены в критерии подобия путем отношения, поскольку принадлежат одной и той же жидкости.

И все же эта модель имеет реальное прикладное значение. Разработанный на ее основе критерий подобия кавитационных процессов дает возможность проектировать реакторы по результатам лабораторной оптимизации сонотехнологий. Кроме того, критерий имеет прогностическую функцию, заключающуюся в довольно несложной и быстрой оценке с его помощью эффективности реально существующей акустической техники при решении той или иной известной задачи в области кавитационных технологий.

Автор выражает искреннюю благодарность директору ООО НПП «Ультратехника – СИ» Павлу Анатольевичу Городищенскому за предоставленную в его распоряжение акустическую технику и оказанную помощь в проведении экспериментов с ее помощью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mettin R., Koch Ph. and Lauterborn W. Modeling acoustic cavitation with bubble redistribution // 6th International Symposium on Cavitation, Wageningen, 2006.
2. Шестаков С. Д. Основы технологии кавитационной дезинтеграции.- М: ЕВА-пресс, 2001.
3. Margulis M. A. Sonochemistry and Cavitation.- London: Gordon & Breach, 1995.
4. Dezhkunov N. V. et al. Enhancement of sonoluminescence emission from a multibubble cavitation zone // Ultrasonics Sonochemistry, 7, 2000.
5. Nigmatulin R. I. et al. The theory of supercompression of vapor bubbles and nano-scale thermonuclear fusion // Physics of Fluids, 17, 107106, 2005.
6. Маргулис М. А. Сонолюминесценция // УФН, 170, 263, 2000.
7. Matula T. J. et al. Comparison of multibubble and single-bubble sonoluminescence spectra // Phys. Rev. Lett., 75, 1995.
8. Flannigan D. and Suslik K. Plasma formation and temperature measurement during single-bubble cavitation // Letters to Nature, 434, 2005.
9. Шестаков С. Д. Исследование возможности непараметрического усиления многопузырьковой кавитации // Прикладная физика, 6, 2008.
10. Ланин В. Л., Дежунов Н. В. и Томаль В. С. Приборное обеспечение измерения параметров ультразвуковых воздействий в технологических процессах //

- Технология и конструирование в электронной аппаратуре, 2, 2008.
11. Дежкунов Н. В., Игнатенко П. В. и Котухов А. В. Оптимизация активности кавитации в импульсно модулированном ультразвуковом поле // Электронный журнал «Техническая акустика», <http://www.ejta.org>, 2007, 16.
 12. Krefting D., Mettin R. and Lauterborn W. High-speed observation of acoustic cavitation erosion in multibubble systems // *Ultrasonics Sonochemistry*, 11, 2004.
 13. Mawson R., Knoerzer K. A brief history of the application of ultrasonics in food processing // 19th ICA Congress, Madrid: 2007.
 14. Кнапп Р., Дейли Дж. и Хэммит Ф. Кавитация. NY: McGraw Book Company, 1970. (Кнэпп Р., Дейли Дж. и Хэммит Ф. Кавитация.- М: Мир, 1974).
 15. Физика и техника мощного ультразвука. Мощные ультразвуковые поля // под ред. Л. Д. Розенберга.- М: Наука, 1968.
 16. Подобрый Г. М. и др. Теоретические основы торпедного оружия. М: Воениздат, 1969.
 17. Klotz A. R., Hynynen K. Simulations of the Devin and Zudin modified Rayleigh-Plesset equations to model bubble dynamics in a tube // *Electronic Journal "Technical Acoustics"*, <http://www.ejta.org>, 2010, 11.
 18. Мельников П. И., Макаренко В. Г. и Макаренко М. Г. Достижение высоких температур при сжатии парового пузырька // ПМТФ, т. 45, 4, 2004.
 19. Gaitan D., Tessien R. and Hiller R. Pressure pulses from transient cavitation in high-q resonators // 19th ICA Congress, Madrid: 2007.
 20. Floris F. M. Modeling the Cavitation Free Energy // *The Journal of Physical Chemistry*, 109 (50), B2005, 24061-24070.
 21. Patent EP 1810744, 2007.
 22. Лавриненко О. В., Савина Е. И. и Леонов Г. В. Моделирование механо-физико-химических эффектов в процессе схлопывания кавитационных полостей // Ползуновский вестник, 3, 2007.
 23. Кедринский В. К. Динамика зоны кавитации при подводном взрыве вблизи свободной поверхности // ПМТФ, 5, 1975.
 24. Шестаков С. Д., Бефус А. П. Формулирование критерия подобия сонохимических реакторов при обработке сред, не обеспечивающих акустического резонанса, Деп. в ВИНТИ РАН, №840-B2008.
 25. Шестаков С. Д. О распределении плотности потенциальной энергии многопузырьковой кавитации относительно порождающей ее гармонической волны // Сб. тр. XVI сессии Росс. акуст. об-ва, т.1.- М.: ГЕОС, 2005.
 26. Красуля О. Н., Шленская Т. В. и Шестаков С. Д. Опыт использования сонотехнологий в пищевой промышленности // Сб. тр. XXII сессии Росс. акуст. об-ва.- М.: ГЕОС, 2010.
 27. Lahey R. T., Taleyarkhan R. P. and Nigmatulin R. I. Sonofusion technology revisited // *Nuclear Eng. and Design*, V.237, 2007.
 28. <http://www.reltec.biz/ru>.
 29. <http://www.hielscher.com>.