

И. В. Грушецкий

*ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова*

*Россия, 196158, Санкт-Петербург, Московское шоссе, 44, e-mail: [editor@ejta.org](mailto:editor@ejta.org)*

## О коэффициентах энергетической связи и коэффициенте возбуждения

*Получена 15.11.2011, опубликована 20.12.2011*

Представлен вывод выражений для коэффициентов энергетической связи (КЭС), используемых в статистическом энергетическом методе. КЭС помещения и его ограждения, связанный с возбуждением колебаний в ограждении звуковым полем в помещении, обычно определяется из КЭС ограждения и помещения, связанного с излучением звука ограждением в помещение. В статье предлагается определять КЭС помещения и ограждения через коэффициент возбуждения воздушным шумом. Представлен способ экспериментального определения коэффициента возбуждения; указано на преимущества такого подхода.

Ключевые слова: шум, вибрация, статистический энергетический метод, коэффициенты энергетической связи

### ВВЕДЕНИЕ

Статистический энергетический метод (СЭМ) является наиболее распространённым для расчёта вибрации и звука в сложных инженерных сооружениях, к которым относятся суда, здания, автомобили и проч. При обсуждении СЭМ в отечественной литературе [1–4 и др.] и в доступных иностранных источниках выражения для коэффициентов энергетической связи (КЭС) подсистем, входящих в систему уравнений энергетического баланса (СУЭБ), приводятся без вывода. В настоящей статье представлен такой вывод, базирующийся на допущении о диффузности звуковых и вибрационных полей в подсистемах.

Можно выделить четыре вида КЭС:

- КЭС помещений (объёмов среды) с помещениями через разделяющую их перегородку,
- КЭС конструкций с конструкциями,
- КЭС конструкций и помещений,
- КЭС помещений и конструкций.

Три первые вида КЭС рассчитываются из коэффициентов прохождения колебательной энергии через перегородки, соединения конструкций, через коэффициенты излучения. Эти коэффициенты подробно исследовались, результаты представлены в многочисленных статьях и монографиях. Последний в перечне — КЭС

помещений и конструкций — рассчитывается из КЭС конструкций и помещений с использованием соотношения взаимности. Однако и для КЭС помещений и конструкций, по аналогии с другими КЭС, можно получить простое выражение. Важнейшая составляющая такого выражения — коэффициент возбуждения воздушным шумом, аналитические выражения для которого (не включающие коэффициент излучения) в литературе не обнаружены. В статье получено выражение для коэффициента возбуждения, использующее данные физического или численного эксперимента.

## 1. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭНЕРГИИ ПО КОНСТРУКЦИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА

Процессы введения колебательной энергии в конструкцию, её распространения и поглощения происходят во времени: в каждый момент времени энергия вводится от источников, распространяется в виде волн, поглощается при распространении и в отражённом от препятствий (реверберационном) поле. Т.е. происходит динамический процесс с движением энергии — потоками энергии или мощности, которая есть энергия за единицу времени. Этот процесс можно представить в виде системы уравнений энергетического баланса (СУЭБ). Например, для двух связанных подсистем СУЭБ имеет вид

$$\begin{aligned} q_{1,2} + q_1^a &= W_1 + q_{2,1}, \\ q_{2,1} + q_2^a &= W_2 + q_{1,2}. \end{aligned} \quad (1)$$

где в правой части содержатся мощности, поступающие в подсистемы от внешних источников ( $W_1, W_2$ ) и из смежной подсистемы ( $q_{2,1}, q_{1,2}$ ); в левой части — мощности, теряемые подсистемами за счёт оттока в смежную подсистему ( $q_{1,2}, q_{2,1}$ ) и за счёт необратимых потерь в самих подсистемах ( $q_1^a, q_2^a$ ).

Очевидно, что сумма уравнений даёт  $q_1^a + q_2^a = W_1 + W_2$ , что отражает закон сохранения энергии: в стационарном состоянии введённая за некоторый интервал времени энергия ( $W_1 + W_2$ ) равна поглощённой за это же время ( $q_1^a + q_2^a$ ).

В этих уравнениях два вида мощности: один вид соответствует распространению энергии из подсистемы в подсистему ( $q_{1,2}, q_{2,1}$ ), другой — необратимому оттоку энергии за счёт потерь ( $q_1^a, q_2^a$ ). Поток мощности между подсистемами пропорционален *интенсивности* волн, падающих на их соединение; необратимый отток пропорционален *мощности* колебаний всей подсистемы. Таким образом, в двух уравнениях (1) в общем случае 4 неизвестных: две интенсивности и две мощности колебаний. Чтобы неизвестных было два, и уравнения разрешались, необходимо установить связь между мощностью колебаний всей подсистемы и интенсивностью, падающей на соединение. Это можно сделать в случае *диффузного поля*, и поэтому одним из условий применимости СЭМ является диффузность полей<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Идеально диффузных полей не существует, но чем больше неоднородность и анизотропность поля, тем большую погрешность можно ожидать от расчёта СЭМ.

Рассмотрим преобразование уравнений (1) с учётом диффузности полей в подсистемах применительно к разным типам подсистем. В результате получим СУЭБ в обычно используемой форме и КЭС, которые являются коэффициентами при неизвестных.

## 2. ДВА ПОМЕЩЕНИЯ, РАЗДЕЛЁННЫЕ ПЕРЕГОРОДКОЙ

Выражая в уравнениях (1) потоки мощности между подсистемами через интенсивности, а необратимые оттоки мощности через мощности колебаний, получим:

$$\begin{aligned} I_{1,2}\tau_{1,2}S_{1,2} + \eta_1 E_1 &= W_1 + I_{2,1}\tau_{2,1}S_{2,1}, \\ I_{2,1}\tau_{2,1}S_{2,1} + \eta_2 E_2 &= W_2 + I_{1,2}\tau_{1,2}S_{1,2}. \end{aligned} \quad (2)$$

где  $I_{1,2}$ ,  $I_{2,1}$  — интенсивности волн, падающих перегородку площадью  $S_{1,2} = S_{2,1}$  со стороны помещений 1 и 2 соответственно;  $\tau_{1,2}$ ,  $\tau_{2,1}$  — коэффициенты прохождения энергии через перегородку;  $E_1$ ,  $E_2$  — мощности колебаний среды в помещениях;  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  — коэффициенты поглощения энергии (коэффициенты потерь).

В *диффужном звуковом* поле в помещении плотность звуковой энергии ( $w$ ) и интенсивность звука ( $I$ ) при падении звуковых волн из полупространства (на перегородку) связаны следующим образом:

$$w = \frac{4I}{c}. \quad (3)$$

Учитывая, что энергия в объёме помещения  $V$  равна  $Vw$ , мощность колебаний среды —  $E = Vw\omega$ , получим  $w = E/V\omega$  и связь интенсивности и мощности:

$$I = \frac{c}{4V\omega} E. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (2), получим

$$\begin{aligned} E_1 \frac{c_1 \tau_{1,2} S_{1,2}}{4V_1 \omega} + \eta_1 E_1 &= W_1 + E_2 \frac{c_2 \tau_{2,1} S_{2,1}}{4V_2 \omega}, \\ E_2 \frac{c_2 \tau_{2,1} S_{2,1}}{4V_2 \omega} + \eta_2 E_2 &= W_2 + E_1 \frac{c_1 \tau_{1,2} S_{1,2}}{4V_1 \omega}. \end{aligned} \quad (5)$$

Безразмерные сомножители  $\frac{c_1 \tau_{1,2} S_{1,2}}{4V_1 \omega}$ ,  $\frac{c_2 \tau_{2,1} S_{2,1}}{4V_2 \omega}$  представляют собой известные выражения для КЭС помещений разделённых перегородкой. При их использовании СУЭБ имеет более компактный и широко распространённый вид:

$$\begin{aligned} E_1 \eta_{1,2} + \eta_1 E_1 &= W_1 + E_2 \eta_{2,1}, \\ E_2 \eta_{2,1} + \eta_2 E_2 &= W_2 + E_1 \eta_{1,2}. \end{aligned} \quad (6)$$

### 3. СОЕДИНЕНИЕ ПЛАСТИН

Теперь рассмотрим пример двух пластин, соединённых по линии длиной  $L$  ( $L_{1,2} = L_{2,1}$ ). СУЭБ, включающая интенсивности волн, падающих на соединение, и мощности колебаний, имеет вид:

$$\begin{aligned} I_{1,2} \tau_{1,2} L_{1,2} + \eta_1 E_1 &= W_1 + I_{2,1} \tau_{2,1} L_{2,1}, \\ I_{2,1} \tau_{2,1} L_{2,1} + \eta_2 E_2 &= W_2 + I_{1,2} \tau_{1,2} L_{1,2}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $I_{1,2}$ ,  $I_{2,1}$  — интенсивности волн, падающих на соединение пластин со стороны пластин 1 и 2 соответственно (рассматриваем только один тип волн — изгибные);  $\tau_{1,2}$ ,  $\tau_{2,1}$  — коэффициенты прохождения энергии через соединение пластин;  $E_1$ ,  $E_2$  — мощности колебаний пластин.

Для диффузного вибрационного поля изгибных волн соотношение между интенсивностью волн, падающих на кромку пластины, и мощностью её колебаний имеет вид:

$$I = \frac{c}{\pi S \omega} E, \quad (8)$$

где  $c$  — групповая скорость изгибных волн.

Подставляя (8) в (7) получим

$$\begin{aligned} E_1 \frac{c_1 \tau_{1,2} L_{1,2}}{\pi S_1 \omega} + \eta_1 E_1 &= W_1 + E_2 \frac{c_2 \tau_{2,1} L_{2,1}}{\pi S_2 \omega}, \\ E_2 \frac{c_2 \tau_{2,1} L_{2,1}}{\pi S_2 \omega} + \eta_2 E_2 &= W_2 + E_1 \frac{c_1 \tau_{1,2} L_{1,2}}{\pi S_1 \omega}. \end{aligned} \quad (9)$$

Безразмерные сомножители  $\frac{c_1 \tau_{1,2} L_{1,2}}{\pi S_1 \omega}$ ,  $\frac{c_2 \tau_{2,1} L_{2,1}}{\pi S_2 \omega}$  представляют собой известные выражения для коэффициентов энергетической связи пластин.

### 4. СОЕДИНЕНИЕ СТЕРЖНЕЙ

Для соединения стержней отсутствует понятие длины или площади соединения. Оно считается точечным. Уравнения баланса энергии имеют вид:

$$\begin{aligned} I_{1,2} \tau_{1,2} + \eta_1 E_1 &= W_1 + I_{2,1} \tau_{2,1}, \\ I_{2,1} \tau_{2,1} + \eta_2 E_2 &= W_2 + I_{1,2} \tau_{1,2}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $I_{1,2}$ ,  $I_{2,1}$  — интенсивности волн, падающих на соединение стержней со стороны стержней 1 и 2 соответственно;  $\tau_{1,2}$ ,  $\tau_{2,1}$  — коэффициенты прохождения энергии через соединение стержней;  $E_1$ ,  $E_2$  — мощности колебаний стержней.

Учитывая, что интенсивность в одномерном поле  $I = \frac{c}{\omega L} E$ , где  $c$  — групповая скорость изгибных волн в стержне, получим

$$\begin{aligned} \frac{c_1 \tau_{1,2}}{\omega L_1} E_1 + \eta_1 E_1 &= W_1 + \frac{c_2 \tau_{2,1}}{\omega L_2} E_2, \\ \frac{c_2 \tau_{2,1}}{\omega L_2} E_2 + \eta_2 E_2 &= W_2 + \frac{c_1 \tau_{1,2}}{\omega L_1} E_1. \end{aligned} \quad (11)$$

Безразмерные сомножители  $\frac{c_1 \tau_{1,2}}{\omega L_1}$ ,  $\frac{c_2 \tau_{2,1}}{\omega L_2}$  представляют собой выражения для КЭС стержней.

## 5. ПОМЕЩЕНИЕ И ЕГО ОГРАЖДЕНИЯ

Аналогичным образом составим СУБД для помещения (1) и его ограждения (2) площадью  $S$  ( $S_{1,2} = S_{2,1}$ ), которое возбуждается звуковым полем в помещении и излучает энергию в помещение:

$$\begin{aligned} I_{1,2} e_{1,2} S_{1,2} + \eta_1 E_1 &= W_1 + I_{2,1} r_{2,1} S_{2,1}, \\ I_{2,1} r_{2,1} S_{2,1} + \eta_2 E_2 &= W_2 + I_{1,2} e_{1,2} S_{1,2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $I_{1,2}$  — интенсивность волн, падающих из помещения на ограждение,  $I_{2,1}$  — интенсивность волн, излучаемых ограждением;  $e_{1,2}$  — коэффициент передачи энергии из помещения в ограждение (коэффициент возбуждения ограждения);  $r_{2,1}$  — коэффициент передачи энергии из ограждения в помещение (коэффициент излучения ограждения в помещение);  $E_1$ ,  $E_2$  — мощности колебаний среды в помещении и ограждения соответственно.

Интенсивность звуковых волн, излучаемых ограждением:

$$I_{2,1} = \sigma_2 \rho_1 c_1 v_2^2, \quad (13)$$

где  $\sigma_2$  — коэффициент излучения ограждения в свободное полупространство,  $\rho_1 c_1$  акустическое сопротивление среды в помещении,  $v_2$  — усреднённая по площади ограждения среднеквадратическая скорость колебаний.

Поскольку мощность колебаний ограждения  $E_2 = M_2 v_2^2 \omega$  ( $M_2$  — полная масса ограждения), то

$$I_{2,1} = \frac{\sigma_2 \rho_1 c_1}{M_2 \omega} E_2. \quad (14)$$

Интенсивность звуковых волн, падающих на ограждение из помещения (см. форм. 4):

$$I_{1,2} = \frac{c_1}{4V_1\omega} E_1. \quad (15)$$

Подставляя (14) и (15) в (12), получим

$$\begin{aligned} \frac{e_{1,2}c_1S_{1,2}}{4V_1\omega} E_1 + \eta_1 E_1 &= W_1 + \frac{\sigma_2\rho_1c_1r_{2,1}S_{2,1}}{M_2\omega} E_2, \\ \frac{\sigma_2\rho_1c_1r_{2,1}S_{2,1}}{M_2\omega} E_2 + \eta_2 E_2 &= W_2 + \frac{e_{1,2}c_1S_{1,2}}{4V_1\omega} E_1. \end{aligned} \quad (16)$$

Безразмерный сомножитель  $\frac{\sigma_2\rho_1c_1r_{2,1}S_{2,1}}{M_2\omega}$  (или  $\frac{\sigma_2\rho_1c_1r_{2,1}}{m_2\omega}$ ), есть КЭС ограждения и помещения, связанный с излучением звука ограждением в помещение;  $\frac{e_{1,2}c_1S_{1,2}}{4V_1\omega}$  — КЭС помещения и ограждения, связанный с возбуждением колебаний в ограждении звуковым полем в помещении.

В выражении  $\frac{\sigma_2\rho_1c_1r_{2,1}}{m_2\omega}$  сомножитель  $r_{2,1}$  учитывает особенности помещения, в которое происходит излучение. Этот коэффициент включается в коэффициент излучения  $\gamma_{2,1}$ , учитывающий зависимость излучения от свойств помещения [2] (хотя влияние обычного, типового помещения незначительно [2]). После объединения коэффициентов  $\sigma_2$  и  $r_{2,1}$  получаем известное выражение для КЭС ограждения и помещения:  $\frac{\gamma_{2,1}\rho_1c_1}{m_2\omega}$ .

Если в направлении определения коэффициента излучения проведено множество исследований [5–17 и др.], то выражений для коэффициента возбуждения ограждения,  $e_{1,2}$ , не включающих коэффициент излучения, в литературе не обнаружено. КЭС помещения и ограждения во всех источниках предлагается определять из КЭС ограждения и помещения, т.е. через коэффициент излучения, с использованием универсального соотношения между КЭС и плотностью ( $n$ ) или числом ( $N$ ) мод колебаний подсистем:

$$\frac{\eta_{1,2}}{\eta_{2,1}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (17)$$

Расчёт числа/плотности мод колебаний достаточно прост для простых геометрических форм. Но для реальных помещений, имеющих зачастую сложную форму, плотно заполненных оборудованием, с импедансными границами, или для ограждений, подкреплённых рёбрами жёсткости и также «обвешанных» разнообразным оборудованием, задача, видимо, не имеет приемлемого для практики аналитического решения. Кроме того, в реальных сооружениях (а нас, в конечном счёте, интересуют именно реальные сооружения, а не академические модели) в той или иной степени

нарушаются «классические» условия применимости СЭМ, увеличиваются возможные погрешности расчёта, в том числе расчёта коэффициента излучения и КЭС ограждения и помещения. Одним из путей повышения точности конечных результатов расчёта представляется определение КЭС помещения и ограждения напрямую, т.е. через коэффициент возбуждения. Как указывалось, аналитических выражений для прямого расчёта коэффициента возбуждения в литературе не обнаружено. Учитывая сложность реальных конструкций, представляется, что определить коэффициент возбуждения можно только из физического или численного эксперимента. Рассмотрим подход к определению этого коэффициента.

## 6. КОЭФФИЦИЕНТ ВОЗБУЖДЕНИЯ ОГРАЖДЕНИЯ

В уравнениях (12)  $I_{1,2}e_{1,2}S_{1,2}$  есть мощность, вводимая в ограждение со стороны звукового поля в помещении,  $I_{1,2}S_{1,2}$  — мощность, падающая на ограждение. Таким образом,  $e_{1,2}$  показывает, какая доля падающей мощности вводится в ограждение. Мощность, которая вводится в ограждение, далее поглощается, излучается и распространяется в смежные конструкции. Измеряемый в натурных условиях коэффициент потерь включает все составляющие оттока энергии из ограждения. При достаточно высоких коэффициентах внутренних потерь, характерных, например, для судовых конструкций, основная доля вводимой мощности поглощается в самом ограждении [18]. Поэтому коэффициент возбуждения  $e$  можно определить по формуле

$$e \approx W_{\text{погл}} / W_{\text{пад}}, \quad (18)$$

где  $W_{\text{пад}}$  — мощность, падающая на ограждение,  $W_{\text{погл}}$  — мощность, поглощённая в ограждении:

$$W_{\text{погл}} \approx M_2 v_2^2 \omega \eta_2, \quad (19)$$

где  $\eta_2$  — коэффициент потерь в ограждении.

В случае диффузного звукового поля

$$W_{\text{пад}} = \frac{p_1^2 S_{1,2}}{4\rho_1 c_1}, \quad (20)$$

где  $p_1$  — среднеквадратическое звуковое давление в диффузном поле в помещении.

С учётом этого получим выражение для коэффициента возбуждения ограждения:

$$e_{12} = \frac{v_2^2}{p_1^2} 4\rho_1 c_1 m_2 \omega \eta_2. \quad (21)$$

Это выражение хорошо подходит для экспериментального определения коэффициента возбуждения, в т.ч. натурных условиях. В качестве исходных данных используются звуковое давление в помещении и скорость колебаний ограждения, вызванных переменным давлением, — величины, которые сравнительно просто измерить. Источником колебательной энергии является излучатель воздушного шума,

установка которого не требует специальных приспособлений и дополнительных работ в отличие от случая вибровозбудителя. Поэтому при определении КЭС из натурного эксперимента (а не аналитическим расчётом или численным моделированием), целесообразно первоначально определять коэффициент возбуждения и КЭС помещения и ограждения, а из него рассчитывать КЭС ограждения и помещения (с учётом (17)), т.е. в обратной последовательности по сравнению с общепринятым подходом.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При расчётах СЭМ в качестве исходных данных используются коэффициенты энергетической связи (КЭС), коэффициенты внутренних потерь подсистем и вводимая мощность. КЭС можно рассчитывать по простым формулам, однако для реальных сооружений и сложных соединений адекватность простых расчётных моделей достаточно условна, а точность расчётов неизвестна. Для повышения точности можно определять КЭС экспериментально и численно. В статье предложено определять КЭС помещения и его ограждения не через КЭС ограждения и помещения, зависящий от коэффициента излучения, а напрямую через коэффициент возбуждения воздушным шумом. Получено простое выражение для коэффициента возбуждения, в которое входят экспериментальные данные: звуковое давление в помещении и вибрация ограждения, вызванная давлением. Преимущество в том, что организация эксперимента по определению коэффициента возбуждения намного проще, чем коэффициента излучения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Никифоров А. С., Будрин С. В. Распространение и поглощение звуковой вибрации на судах. Л., Судостроение, 1968.
2. Бородинский Л. С., Спиридонов В. М. Снижение структурного шума в судовых помещениях. Л., «Судостроение», 1974.
3. Никифоров А. С. Вибропоглощение на судах. Изд. «Судостроение», Л., 1979.
4. Овсянников С. Н. Распространение звуковой вибрации в гражданских зданиях. Издательство Томского государственного архитектурно-строительного университета. Томск, 2000.
5. Maidanik G. Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields. JASA, 1962, vol. 38, №6, pp. 809–826.
6. Oppenheimer C. H., S. Dubowsky. A radiation efficiency for unbuffled plates with experimental validation. JSV, 1997, v. 199, No 3, pp. 473–489.
7. Rumerman M. L. The effect of fluid loading on radiation efficiency. JASA, 2002, vol. 111, №1, part 1, 75–79.
8. Rumerman M. L. Estimation of broadband acoustic power radiated from a turbulent boundary layer-driven reinforced finite plate section due to rib and boundary forces. JASA, 2002, vol. 111, №3, 1274–1279.
9. Wang C., Lai J. C. S. The sound radiation efficiency of finite length circular cylindrical shells under mechanical excitation II: theoretical analysis. JSV 2000, 232(5) 431–447.



10. Wang C., Lai J. C. S. The sound radiation efficiency of finite length circular cylindrical shells under mechanical excitation II: limitations of the infinite length model. JSV 2001, 241(5) 825–838.
11. Anderson J. S., Bratos-Anderson M. Radiation efficiency of rectangular orthotropic plates. Acta Acoustica united with Acustica. Vol. 91 (2005) 61 – 76.
12. Frampton Kenneth D. Radiation efficiency of convected fluid-loaded plates. JASA, 2003, vol. 113, No 5, pp. 2663–2683.
13. Park J., Mongeau L., Siegmund T. Influence of support properties on the sound radiation from the vibrations of rectangular plates. JSV, 2003, 264, 4, p. 775–794.
14. Villot M., Guigou C., Gagliardini L. Predicting the acoustical radiation of finite size multi-layered structures by applying spatial windowing on infinite structures. JSV, 2001, v. 245, No 3, pp. 433–455.
15. Kollmann F. G., Landfester A. Sound radiation of smooth and ribbed rectangular plates. 7<sup>th</sup> International Congress on Sound and Vibration. Germany, 2000.
16. Gardner Bryce, Shorter Phil, Bremner Paul. An application of the resound mid-frequency method to structural-acoustic radiation. ICSV9, 2002, paper P580-4.
17. Arenas Jorge P., Crocker Malcolm J. Experimental results for the sound radiated from a panel using acoustic resistance and vibration cross-spectrum measurements. ICSV9, 2002, paper P110-1.
18. Грушецкий И. В., Гришин А. А. Измерение и использование в расчетах коэффициентов внутренних потерь корабельных конструкций. Труды ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова, 2008, 40(324), с. 152–171.