

С. С. Воронков

*Псковский государственный политехнический институт*

*Россия, 180000, г. Псков, ул. Л. Толстого, 4, e-mail: [voronkovss@yandex.ru](mailto:voronkovss@yandex.ru)*

## О возникновении турбулентности в вязком теплопроводном газе

*Получена 29.08.2011, опубликована 08.11.2011*

Рассмотрен механизм возникновения турбулентности в вязком теплопроводном газе с позиции нарушения линейного закона Гука, связывающего изменение давления с относительной объемной деформацией. Показано, что малые акустические возмущения плотности, возникающие в потоке вязкого теплопроводного газа, вызывают непропорциональные пульсации давления, порождающие турбулентность. Приводятся результаты вычислительного и натурного экспериментов.

Ключевые слова: возникновение турбулентности, вязкий теплопроводный газ.

### ВВЕДЕНИЕ

Проблема возникновения турбулентности привлекает внимание инженеров и ученых с конца XIX века, но окончательного решения пока не получено. Вот что пишет по этому поводу известный исследователь турбулентности В. В. Струминский [1]: «Другие важные исследования, начатые также еще Рейнольдсом, относятся к проблемам устойчивости течения как проблеме возникновения турбулентности. Выводы линейной теории устойчивости только качественно соответствуют экспериментам Шубауэра и Скрэмстеда. Расчеты критических чисел Рейнольдса по линейной теории приводят к значениям, которые почти на два порядка отличаются от экспериментальных. Начатые исследования по применению нелинейной теории пока далеки от завершения». В работах Леконта, Тиндаля, Рэлея, Майера и др. [2, 3] установлено влияние звука на поведение пламени газовых горелок и газовых струй. В работах [4, 5, 6] и др. установлено влияние акустических возмущений на возникновение турбулентности в пограничном слое, но неясен механизм воздействия. Каким образом малые акустические возмущения приводят к возникновению гидродинамических волн Толлмина-Шлихтинга со скоростями распространения, значительно меньшими скорости звука? Рассмотрим эти факты с позиции установленного в работах автора нарушения линейного закона Гука, связывающего изменение давления с относительной объемной деформацией [7].

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Одним из основных физических свойств жидкостей и газов является сжимаемость, которая определяется, как способность вещества изменять свой объем под действием всестороннего давления. Традиционно считается, что сжимаемость газов достаточно точно описывается линейным приближением, согласно которому изменение давления связано с относительной объемной деформацией законом Гука

$$dp = -E \frac{dV}{V} = -E \frac{d\upsilon}{\upsilon} = E \frac{d\rho}{\rho}, \quad (1)$$

где:  $p$  — давление,  $E$  — модуль объемной упругости газа,  $V, \upsilon, \rho$  — объем, удельный объем, плотность газа соответственно. Модуль объемной упругости  $E$  представляет собой коэффициент пропорциональности.

Помимо модуля упругости газа для характеристики сжимаемости используют также коэффициент сжимаемости и скорость звука, которые следующим образом связаны между собой

$$\beta = \frac{1}{E}, \quad a^2 = \frac{E}{\rho}, \quad (2)$$

где:  $\beta$  — коэффициент сжимаемости,  $a$  — скорость звука,  $\rho$  — плотность.

Линейная зависимость между изменением давления и изменением объема справедлива при постоянстве модуля упругости газа. Модуль упругости покоящихся газов зависит от их давления и, при постоянстве этого параметра, является постоянной величиной. Поэтому для покоящихся газов линейный закон Гука достаточно точно описывает связь между изменением давления и изменением объема.

Но для движущегося потока вязкого теплопроводного газа с поперечным сдвигом эта линейная зависимость между изменением давления и изменением объема нарушается, так как модуль упругости зависит от процессов, происходящих в этой среде (скорости потока, частоты и интенсивности возмущения, градиентов скорости и температуры и др.). Покажем это.

В [8] получена формула для скорости звука в потоке вязкого газа с учетом диссипации энергии и теплообмена:

$$a^2 = a_s^2 + \frac{V \cdot (a_s^2 \text{grad} \rho - \text{grad} p) + (k-1)\Phi}{\frac{\partial \rho}{\partial t}}, \quad (3)$$

где  $a_s$  — адиабатное и изоэнтропное значение скорости звука;  $p, \rho$  — давление и плотность газа;  $\Phi$  — функция, учитывающая диссипацию энергии и теплообмен.

$$\Phi = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) +$$

$$+ \mu \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\};$$

$T$  — температура газа;  $\mathbf{V}$  — вектор скорости газа с проекциями  $u$ ,  $v$ ,  $w$  на оси декартовой системы координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  соответственно;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости;  $t$  — время;  $k$  — показатель адиабаты.

Найдем модуль объемной упругости, учитывая полученное выражение для скорости звука (3):

$$E = \rho a^2 = \rho a_s^2 + \rho \frac{\mathbf{V} \cdot (a_s^2 \text{grad} \rho - \text{grad} p) + (k-1)\Phi}{\frac{\partial \rho}{\partial t}}. \quad (4)$$

Анализ выражения (4) показывает, что модуль объемной упругости можно представить в виде

$$E = E_s + E_n, \quad (5)$$

где:  $E_s = \rho a_s^2$  — адиабатный модуль объемной упругости,

$$E_n = \rho \frac{\mathbf{V} \cdot (a_s^2 \text{grad} \rho - \text{grad} p) + (k-1)\Phi}{\frac{\partial \rho}{\partial t}} \quad \text{— нелинейная добавка модуля объемной}$$

упругости, обусловленная диссипацией энергии и теплообменом в потоке вязкого теплопроводного газа.

Из (5) следует, что модуль объемной упругости с учетом нелинейной добавки является локальной функцией параметров потока, изменяющейся от точки к точке в потоке. Качественный анализ зависимости нелинейной добавки модуля объемной упругости от различных факторов показывает, что

$$E_n = f \left( \lambda, \mu, \frac{\Delta T}{h^2}, \frac{u^2}{h^2}, \frac{1}{\rho_{amp} \omega} \right), \quad (6)$$

где  $h$  — характерный размер,  $\rho_{amp}$  — амплитуда возмущения плотности,  $\omega$  — круговая частота возмущения плотности.

То есть нелинейная добавка прямо пропорциональна квадрату скорости потока и обратно пропорциональна амплитуде и частоте возмущения плотности.

С учетом (5) найдем, согласно (1), характер изменения давления при изменении плотности:

$$dp = Es \frac{d\rho}{\rho} + En \frac{d\rho}{\rho}. \quad (7)$$

Из выражения (7) следует, что в потоке вязкого газа с поперечным сдвигом нарушается линейный закон Гука изменения давления в зависимости от изменения плотности. Так как нелинейная добавка модуля объемной упругости является локальной функцией параметров потока, малые возмущения плотности будут приводить к непропорциональным изменениям давления, порождающим турбулентные пульсации.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО И НАТУРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТОВ

На рис. 1 приведен характерный закон изменения модуля объемной упругости вязкого теплопроводного газа в фиксированный момент времени вдоль плоского канала вблизи стенки. Приведены модуль объемной упругости с учетом диссипации энергии и теплообмена.  $E_{i,59}$  — определялся с привлечением вычислительной модели [7], адиабатный модуль объемной упругости  $Es_{i,59}$  — определялся по формуле  $Es = \rho a_s^2$ . Адиабатный модуль объемной упругости практически постоянен и равен  $1,414 \cdot 10^5$  Па. Модуль объемной упругости с учетом диссипации энергии и теплообмена  $E_{i,59}$  на определенных участках претерпевает разрывы. Скачки происходят относительно адиабатного модуля объемной упругости.

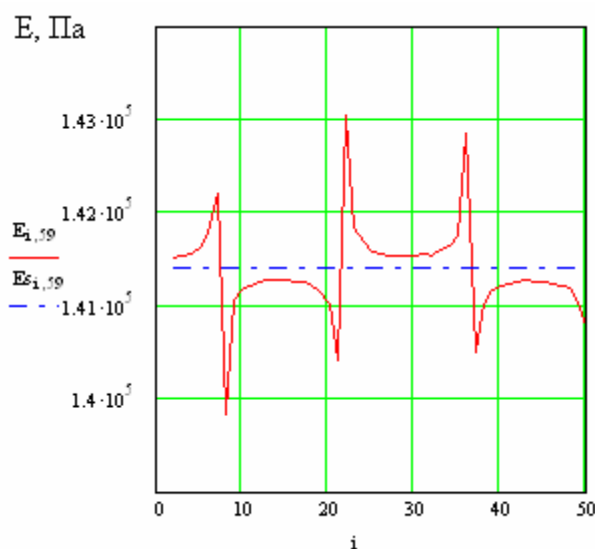


Рис. 1.  $E_{i,59}$  — модуль объемной упругости вязкого теплопроводного газа с учетом диссипации энергии и теплообмена, Па;  $Es_{i,59}$  — адиабатный модуль объемной упругости, Па; i — номер узла конечно-разностной сетки по оси x

Полученные результаты вычислительного эксперимента по характеру изменения модуля объемной упругости (рис. 1) соответствуют выведенной формуле (4).

Во всех экспериментальных исследованиях «естественного» перехода отмечалось существование достаточно интенсивных низкочастотных возмущений [6]. В [6] отмечается: «Эти низкочастотные пульсации резко усиливались в области возникновения турбулентных пятен, что указывает на их существенную роль в процессе перехода, ... причины их возникновения далеко не ясны». Из выражения (6) следует, что нелинейная добавка модуля объемной упругости обратно пропорциональна частоте возмущения плотности, и, следовательно, низкочастотные акустические возмущения будут приводить, согласно (7), к непропорциональным пульсациям давления, порождающим турбулентность. Для проверки этого положения был проведен эксперимент по возникновению турбулентности в воздушной струе под действием звука. Схема эксперимента приведена на рис. 2. Методика проведения эксперимента разработана в [3].

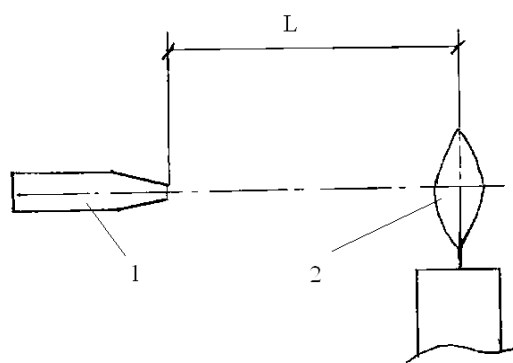


Рис. 2.

Схема эксперимента по возникновению турбулентности в воздушной струе под действием звука;  
1 — сопло воздушной струи с внутренним диаметром на выходе 1,5 мм;  
2 — пламя горящей свечи; L — длина ламинарного участка воздушной струи

Пламя свечи используется как индикатор, позволяющий визуально наблюдать возникновение турбулентности. Скорость воздушной струи на выходе из сопла выбирается незначительной, что бы начальный ламинарный участок струи попадал в область пламени свечи. Длина ламинарного участка струи выбирается порядка  $L=60\ldots90$  мм. Создание звука приводит к возникновению турбулентности в начальном ламинарном участке струи, что визуально наблюдается по пламени свечи. Для создания звука использовался генератор сигналов специальной формы Г6-27 (задавался гармонический сигнал) и низкочастотный динамик 4А.28У4 с эффективным рабочим диапазоном частот  $70\ldots1400$  Гц. Уровень звукового давления измерялся шумомером ВШВ-003. Звук излучался перпендикулярно направлению движения струи, и в этой плоскости измерялся уровень звукового давления. Анализировался частотный диапазон, в котором происходит возникновение турбулентности. Результаты измерений представлены на рис. 3. В частотном диапазоне  $70\ldots1000$  Гц создание звукового поля приводит к возникновению турбулентности, сопровождающейся хаотическими колебаниями пламени свечи. При увеличении частоты звука струя становится нечувствительной к акустическим колебаниям, что подтверждает полученные зависимости (6) и (7). С увеличением частоты звуковых волн уменьшается нелинейная добавка модуля объемной упругости и уменьшается амплитуда пульсаций давления в струе, порождающая возникновение турбулентности.

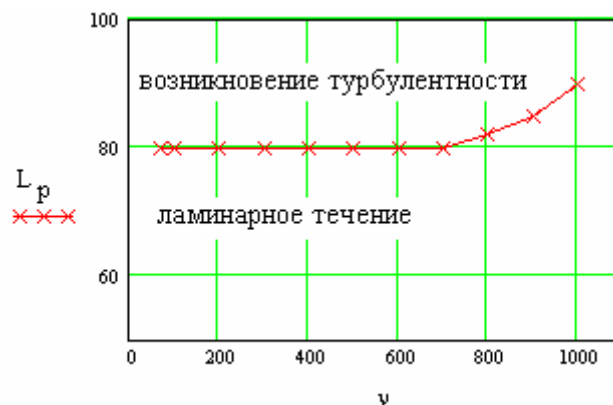


Рис. 3. Возникновение турбулентности в воздушной струе при акустическом воздействии;  $L_p$  — уровень звукового давления, дБ;  $\nu$  — частота звука, Гц

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Показано, что в потоке вязкого теплопроводного газа нарушается линейный закон Гука, связывающий изменение давления с относительной объемной деформацией. Малые акустические возмущения плотности, возникающие в потоке вязкого теплопроводного газа, вызывают непропорциональные пульсации давления, порождающие турбулентность.
- Экспериментально установлено, что акустические возмущения низкой частоты 70...1000 Гц приводят к возникновению турбулентности в воздушной струе.
- Полученные аналитические зависимости для модуля объемной упругости вязкого теплопроводного газа, уточненного нелинейного закона Гука, связывающего изменение давления с изменением плотности, подтверждаются вычислительным и натурным экспериментами.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Турбулентные течения. – М.: Наука, 1977. – 252 с.
2. Рэлей. Теория звука. Т. II. – М.: Изд-во техн.-теор. лит., 1955. – 475 с.
3. Майер В. В. Простые опыты со струями и звуком. – М.: Наука, 1985. – 128 с.
4. Власов Е. В., Гиневский А. С. Влияние акустических возмущений на переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный. – Учен. Зап. ЦАГИ, 1971, т. II, № 2, с. 1-10.
5. Поляков Н. Ф. Индуцирование гидродинамических волн в ламинарном пограничном слое продольным звуковым полем. – В кн.: Симпозиум по физике акустико-гидродинамических явлений. – М.: Наука, 1975, с. 216-223.
6. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. – Новосибирск: Наука, 1982. – 151 с.
7. Воронков С. С. О модуле упругости вязкого теплопроводного газа. Электронный журнал «Техническая акустика», <http://www.ejta.org>, 2010, 4.
8. Воронков С. С. О скорости звука в потоке вязкого газа с поперечным сдвигом. Электронный журнал «Техническая акустика», <http://www.ejta.org>, 2004, 5.