

А. М. Гаврилов, А. Д. Курситыс

*Технологический институт Южного федерального университета в г. Таганроге
347928, Россия, Ростовская область, г. Таганрог ГСП-17а, пер. Некрасовский, 44
e-mail: gavr_am@mail.ru*

Распространение гауссового волнового пакета с высокочастотным ЛЧМ заполнением в диссипативной среде

Получена 11.09.2012, опубликована 24.09.2012

Рассмотрена задача распространения плосковолнового гауссового пакета с частотно-модулированным по линейному закону высокочастотным заполнением в диссипативной среде. Прослежены характерные изменения параметров волны, проведена их количественная оценка для импульсов различной длительности и базы, промоделированы эволюционные изменения формы волнового пакета. Показаны возможные подходы к определению коэффициента затухания по результатам измерений в одной точке пространства.

Ключевые слова: волновой пакет, огибающая, внутриимпульсное заполнение, коэффициент затухания, эффективная частота, компоненты спектра, частотная модуляция.

ВВЕДЕНИЕ

Для исследования физических свойств различных объектов, материалов и природных сред широкое распространение получили импульсные ультразвуковые методы. При их использовании важно учитывать то обстоятельство, что сигналы в виде высокочастотных радиоимпульсов не являются монохроматическими. В связи с этим не стоит ожидать точного совпадения данных импульсных измерений с результатами расчета по теоретическим моделям для монохроматических волн. Появление различий вполне прогнозируемо и может рассматриваться как систематическая погрешность, поэтому встает вопрос о характере этих различий, их связи с параметрами сигнала и исследуемой среды.

Рассмотрение особенностей распространения ультразвуковой волны в форме импульса с высокочастотным заполнением представляет особый интерес для разработки новых и совершенствования существующих методик и аппаратуры прецизионных ультразвуковых измерений. Эта задача затрагивает актуальные научные и практические направления деятельности, среди которых исследование дисперсии скорости звука в разных материалах и средах [1, 2], изучение дисперсионных проявлений дифракции волновых пучков и нелинейных волновых процессов [3, 4], диагностика состояния [5, 6] и др.

Возможности импульсного метода ультразвуковых исследований не ограничиваются применением радиоимпульсов с монохроматическим заполнением [7, 8]. Значительные перспективы для получения дополнительной информации и повышения точности измерений представляют радиоимпульсы с внутриимпульсной угловой (фазовой или частотной) модуляцией [9, 10]. Одним из наиболее интересных для практики является применение волновых пакетов в виде радиоимпульсов с высокочастотным ЛЧМ (линейно частотно-модулированным) заполнением.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим пространственную эволюцию плосковолнового пакета с гауссовой огибающей и высокочастотным ЛЧМ заполнением в диссипативной среде без дисперсии. Сигнал на входе в среду (граничное условие) представим в виде

$$u(z=0, t) = u_0(t) = A_0 \cdot \exp\left[-\frac{t^2}{t_0^2}(1 + i\omega_0\delta_0 t_0^2) - i\omega_0 t\right], \quad (1)$$

где ω_0 – средняя частота спектра начального возмущения; δ_0 – начальная ($z=0$) скорость изменения частоты; t_0 – длительность радиоимпульса по уровню $1/e$; $\omega_0\delta_0 t_0^2$ – база ЛЧМ сигнала [9]. Здесь мгновенная частота заполнения изменяется по линейному закону

$$\omega(t) = \omega_0(1 - \delta_0 t),$$

уменьшаясь к концу импульса при $\delta_0 > 0$. В качестве примера на рис. 1 показаны гауссовы радиоимпульсы с монохроматическим и ЛЧМ заполнением.

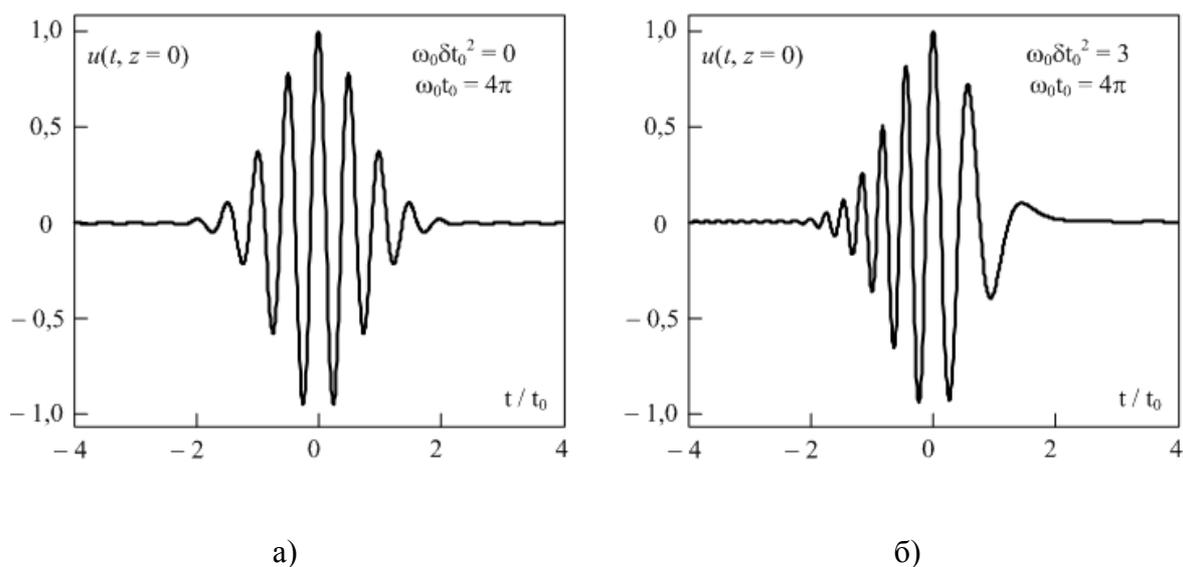


Рис. 1. Гауссовы радиоимпульсы с высокочастотным монохроматическим (а) и ЛЧМ (б) заполнением

Спектр входного сигнала (1) описывается выражением

$$\begin{aligned}
 F(z = 0, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u_0(t) \cdot \exp(i\omega t) dt = \\
 &= \frac{A_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{t^2}{t_0^2}(1 - i\omega_0\delta_0 t_0^2) + i(\omega - \omega_0)t\right] dt,
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

в котором интеграл является табличным. После несложных преобразований (2) получаем

$$F(z = 0, \omega) = \frac{A_0}{2\sqrt{\pi}} \cdot \frac{t_0}{\sqrt{1 - i\omega_0\delta_0 t_0^2}} \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2 t_0^2}{4(1 - i\omega_0\delta_0 t_0^2)}\right].$$

Для нахождения формы одномерного волнового пакета малой амплитуды на расстоянии z от входа в диссипативную среду воспользуемся решением волнового уравнения с диссипативным членом [7], представленного для монохроматической волны с частотой ω в виде

$$\begin{aligned}
 u(z, t, \omega) &= A(z = 0, \omega) \cdot \exp(-k''z) \cdot \exp(-i\omega t + ik'z) = \\
 &= A(z = 0, \omega) \cdot \exp\left[-\alpha_0(\omega^2/\omega_0^2) \cdot z\right] \cdot \exp(-i\omega t + ik_0z).
 \end{aligned}$$

Здесь $k = k' + ik''$ – комплексное волновое число, в общем случае учитывающее дисперсию скорости и диссипацию волны; k' – характеризует зависимость фазовой скорости волны от частоты $c(\omega)$; k'' – учитывает зависимость коэффициента затухания волны от частоты $\alpha(\omega)$. В нашем случае среда не обладает дисперсией скорости:

$$c = c_0 = \omega/k' = \omega/k_0 = \text{const},
 \tag{3}$$

а коэффициент затухания характеризуется квадратичной зависимостью от частоты:

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega^2 b}{2c_0^3 \rho_0} = \alpha_0 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2,
 \tag{4}$$

где α_0 – коэффициент затухания гармонической волны с частотой ω_0 .

В линейной среде спектральные компоненты волнового пакета распространяются независимо друг от друга. Поэтому форма распространяющегося в диссипативной среде импульса определяется суммой гармонических волн, начальная амплитудой которых характеризуется спектральной плотностью начального сигнала

$$A(z = 0, \omega) = F(z = 0, \omega).
 \tag{5}$$

С учетом (3) – (5) получаем

$$\begin{aligned}
 u(z, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} F(z = 0, \omega) \cdot \exp[-\alpha(\omega)z] \cdot \exp(-i\omega t + ik_0 z) d\omega = \\
 &= \frac{A_0}{2\sqrt{\pi}} \frac{t_0}{\sqrt{1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2 t_0^2}{4} - \alpha_0 z \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - i\omega t + ik_0 z \right] d\omega = \\
 &= \frac{A_0}{2\sqrt{\pi}} \frac{t_0}{\sqrt{1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2}} \exp \left[-\frac{\omega_0^2 t_0^2}{4(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)} \right] \times \\
 &\times \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -\omega^2 \left[\frac{t_0^2}{4(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)} + \frac{\alpha_0 z}{\omega_0^2} \right] + \omega \left[\frac{\omega_0 t_0^2}{2(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)} - i \left(t - \frac{z}{c_0} \right) \right] \right\} d\omega.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Перейдем в выражении (6) к сопровождающей системе координат $\tau = t - z/c_0$ и воспользуемся значением табличного интеграла [11]

$$\begin{aligned}
 u(z, t) &= \frac{A_0}{2\sqrt{\pi}} \frac{t_0}{\sqrt{1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2}} \exp \left[-\frac{\omega_0^2 t_0^2}{4(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)} \right] \sqrt{\frac{4\pi\omega_0^2(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)}{\omega_0^2 t_0^2 + 4\alpha_0 z(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)}} \times \\
 &\times \exp \left\{ -\omega^2 \frac{[\omega_0 t_0^2 - 2i\tau(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)]^2}{4(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)^2} \cdot \frac{\omega_0^2(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)}{\omega_0^2 t_0^2 + 4\alpha_0 z(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)} \right\} = \\
 &= \frac{A_0}{\sqrt{1 + \frac{4\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2}(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)}} \exp \left[\frac{-\alpha_0 z - i\tau\omega_0 - \frac{\tau^2}{t_0^2}(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)}{1 + \frac{4\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2}(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)} \right].
 \end{aligned}$$

Конечное выражение принимает вид

$$u(z, \tau) = \frac{A_0}{\sqrt{1 + \frac{4\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2}(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)}} \cdot \exp \left[\frac{-\alpha_0 z - i\omega_0 \tau - \frac{\tau^2}{t_0^2}(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)}{1 + \frac{4\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2}(1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2)} \right]. \tag{7}$$

В частном случае сигнала с монохроматическим заполнением ($\delta_0 = 0$) получаем:

$$u(z, \tau, \delta_0 = 0) = \frac{A_0}{\sqrt{1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2}} \cdot \exp \left[\frac{-\alpha_0 z - i\omega_0 \tau - \tau^2 / t_0^2}{1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2} \right]. \tag{8}$$

Решение (8) полностью совпадает с ранее полученным выражением для аналогичного случая в работе [7]. Общее решение (7) является точным и описывает распространение гауссового плосковолнового пакета с ЛЧМ заполнением в диссипативной среде.

В рамках проводимого анализа преобразуем полученное решение (7) в виду

$$\begin{aligned}
 u(z, \tau) &= \frac{A_0 \sqrt{(1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2) + i4\alpha_0 z \delta_0 / \omega_0}}{\sqrt{(1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2)^2 + (4\alpha_0 z \delta_0 / \omega_0)^2}} \times \\
 &\times \exp \left\{ \frac{-\alpha_0 z - i\omega_0 \tau - (1 - i\omega_0 \delta_0 t_0^2) \cdot \tau^2 / t_0^2}{(1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2)^2 + (4\alpha_0 z \delta_0 / \omega_0)^2} \left[(1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2) + i4\alpha_0 z \delta_0 / \omega_0 \right] \right\} = \\
 &= \frac{A_0 \exp \left[\frac{i}{2} \arctg \left(\frac{4\alpha_0 z \delta_0 / \omega_0}{1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2} \right) \right]}{\sqrt[4]{(1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2)^2 + (4\alpha_0 z \delta_0 / \omega_0)^2}} \exp \left\{ \frac{-\alpha_0 z \left(1 + \frac{4\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2} - 4\delta_0 \tau \right) -}{(1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2)^2 + (4\alpha_0 z \delta_0 / \omega_0)^2} \dots \right. \\
 &\left. \dots \frac{-i\omega_0 \tau \left(1 + \frac{4\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2} \right) - i4\alpha_0^2 z^2 \frac{\delta_0}{\omega_0} - \frac{\tau^2}{t_0^2} \cdot \left[1 + 4\alpha_0 z \left(\frac{1}{\omega_0^2 t_0^2} + \delta_0^2 t_0^2 \right) - i\omega_0 \delta_0 t_0^2 \right]}{\dots} \right\}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

2. ПАРАМЕТРЫ РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ ВОЛНОВОГО ПАКЕТА

Полученное решение (9) представим в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 u(z, \tau) &= A(z) \cdot \exp[i\varphi_1(z) + i\varphi_2(z)] \times \\
 &\times \exp \left[-\alpha_3(z) \cdot z - i\omega_3(z) \cdot \tau - \frac{\tau^2}{t_3^2(z)} + i\omega_0 \tau^2 \cdot \delta_3(z) \right].
 \end{aligned}$$

Здесь использованы обозначения для пикового значения огибающей $A(z)$, дополнительных набегов фаз $\varphi_1(z)$ и $\varphi_2(z)$, эффективных значений коэффициента затухания $\alpha_3(z)$, средней частоты спектра $\omega_3(z)$, длительности импульса $t_3(z)$ и скорости изменения частоты $\delta_3(z)$, соответствующие расстоянию z :

$$\begin{aligned}
 A(z) &= \frac{A_0}{\sqrt[4]{(1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2)^2 + (4\alpha_0 z \delta_0 / \omega_0)^2}}; \\
 \varphi_1(z) &= \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{4\alpha_0 z \delta_0 / \omega_0}{1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2} \right); \quad \varphi_2(z) = \frac{-4\alpha_0^2 z^2 \delta_0 / \omega_0}{(1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2)^2 + (4\alpha_0 z \delta_0 / \omega_0)^2}; \\
 \alpha_3(z) &= \frac{\alpha_0}{(1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2)^2 + (4\alpha_0 z \delta_0 / \omega_0)^2} \left(1 + \frac{4\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2} - 4\delta_0 \tau \right);
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\omega_3(z) = \frac{\omega_0(1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2)}{(1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2)^2 + (4\alpha_0 z \delta_0 / \omega_0)^2};$$

$$t_3^2(z) = t_0^2 \cdot \frac{(1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2)^2 + (4\alpha_0 z \delta_0 / \omega_0)^2}{1 + 4\alpha_0 z \left(\frac{1}{\omega_0^2 t_0^2} + \delta_0^2 t_0^2 \right)};$$

$$\delta_3(z) = \frac{\delta_0}{(1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2)^2 + (4\alpha_0 z \delta_0 / \omega_0)^2}.$$

Все параметры (10) при условии $\delta_0 = 0$ принимают вид ранее полученных решений [7] для параметров гауссового волнового пакета с монохроматическим заполнением:

$$A(z) = \frac{A_0}{\sqrt{1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2}} \cdot \exp\left(\frac{-\alpha_0 z}{1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2}\right);$$

$$\varphi_1(z) = \varphi_2(z) = 0; \quad \delta_3(z) = 0;$$

$$\alpha_3(z) = \frac{\alpha_0}{1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2} \text{ для } \tau = 0;$$

$$\omega_3(z) = \frac{\omega_0}{1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2}; \quad t_3(z) = t_0 \sqrt{1 + \frac{4\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2}}.$$

Анализ изменений волнового пакета (10) в процессе его распространения в диссипативной среде проведем, используя безразмерные параметры и переменные:

- 1) $\omega_0 \delta_0 t_0^2$ – начальное ($z = 0$) значение базы ЛЧМ сигнала [9, 10];
- 2) $\omega_0 t_0 = 2\pi(t_0/T_0)$ – начальная ($z = 0$) длительность импульса, нормированная на длину периода высокочастотного колебания с частотой ω_0 ;
- 3) $\alpha_0 z = z/l_{30}$ – расстояние, нормированное на длину затухания волны, под которым понимается расстояние ($l_{30} = 1/\alpha_0$), где амплитуда плоской волны с частотой ω_0 уменьшается в e раз.

Представим выражения (10) через записанные выше безразмерные переменные и параметры, что позволяет существенно упростить последующий анализ пространственных изменений волнового пакета с ЛЧМ заполнением:

$$A(z) = \frac{A_0}{\sqrt[4]{\left(1 + 4 \frac{\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2}\right)^2 + \left(4\alpha_0 z \frac{\omega_0 \delta_0 t_0^2}{\omega_0^2 t_0^2}\right)^2}};$$

$$\varphi_1(z) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(4\alpha_0 z \cdot \frac{\omega_0 \delta_0 t_0^2}{\omega_0^2 t_0^2} \frac{1}{1 + 4\alpha_0 z / \omega_0^2 t_0^2} \right); \quad (11)$$

$$\varphi_2(z) = -4\alpha_0^2 z^2 \cdot \frac{\omega_0 \delta_0 t_0^2}{\omega_0^2 t_0^2} \cdot \left[\left(1 + \frac{4\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2} \right)^2 + \left(4\alpha_0 z \frac{\omega_0 \delta_0 t_0^2}{\omega_0^2 t_0^2} \right)^2 \right]^{-1};$$

$$\alpha_3(z) = \alpha_0 \left(1 + \frac{4\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2} - 4\delta_0 \tau \right) \cdot \left[\left(1 + \frac{4\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2} \right)^2 + \left(4\alpha_0 z \frac{\omega_0 \delta_0 t_0^2}{\omega_0^2 t_0^2} \right)^2 \right]^{-1} \quad \text{для } \tau = 0;$$

$$\omega_3(z) = \omega_0 \left(1 + 4 \frac{\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2} \right) \cdot \left[\left(1 + \frac{4\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2} \right)^2 + \left(4\alpha_0 z \frac{\omega_0 \delta_0 t_0^2}{\omega_0^2 t_0^2} \right)^2 \right]^{-1};$$

$$t_3^2(z) = t_0^2 \cdot \left[\left(1 + \frac{4\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2} \right)^2 + \left(4\alpha_0 z \frac{\omega_0 \delta_0 t_0^2}{\omega_0^2 t_0^2} \right)^2 \right] \cdot \left\{ 1 + 4\alpha_0 z \left(\frac{1}{\omega_0^2 t_0^2} + \frac{(\omega_0 \delta_0 t_0^2)^2}{\omega_0^2 t_0^2} \right) \right\}^{-1};$$

$$\delta_3(z) = \delta_0 \cdot \left[\left(1 + \frac{4\alpha_0 z}{\omega_0^2 t_0^2} \right)^2 + \left(4\alpha_0 z \frac{\omega_0 \delta_0 t_0^2}{\omega_0^2 t_0^2} \right)^2 \right]^{-1}.$$

3. АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ВОЛНОВОГО ПАКЕТА

На рис. 2 приведены пространственные зависимости нормированных величин пикового значения (рис. 2-а) и эффективного коэффициента затухания (рис. 2-а) волнового пакета. Значение эффективного коэффициента затухания в точке с координатой z рассчитано для момента времени $\tau = 0$ (или $t = z/c_0$).

Точками на рис. 2-а показан случай «классического» затухания гармонической волны, где изменения амплитуды описывается соотношением

$$A(z) = A_0 \exp(-\alpha_0 z). \quad (12)$$

Видно, что увеличение длительности импульса, нормированной на период высокочастотного заполнения $\omega_0 t_0$, ведет к постепенному исчезновению различий в пространственных распределениях амплитуды монохроматической волны и пикового значения огибающей волнового пакета. Уже при значении $\omega_0 t_0 = 6\pi$ характер затухания непрерывной волны и радиоимпульса слабо различим для широкого диапазона значений базы ЛЧМ сигнала, см. кривые 5–8 и представленную точками зависимость (12). Наиболее явно отмечаемые различия проявляются у коротких радиоимпульсов с большой базой, обладающих более широким спектром (кривые 2–4).

Тот факт, что при равных условиях амплитуда радиоимпульса ослабляется под действием диссипации медленнее, чем у монохроматической волны той же частоты, объясняется двумя взаимосвязанными процессами. С одной стороны ускоренное затухание высокочастотной части спектра радиоимпульса на фоне незначительного ослабления низкочастотной его части ведет к непрерывному снижению эффективной частоты $\omega_3(z)$ внутриимпульсного заполнения, как это показано на рис. 2-б. В свою очередь снижение частоты является предпосылкой для уменьшения эффективного коэффициента затухания $\alpha_3(z)$, рис. 2-б.

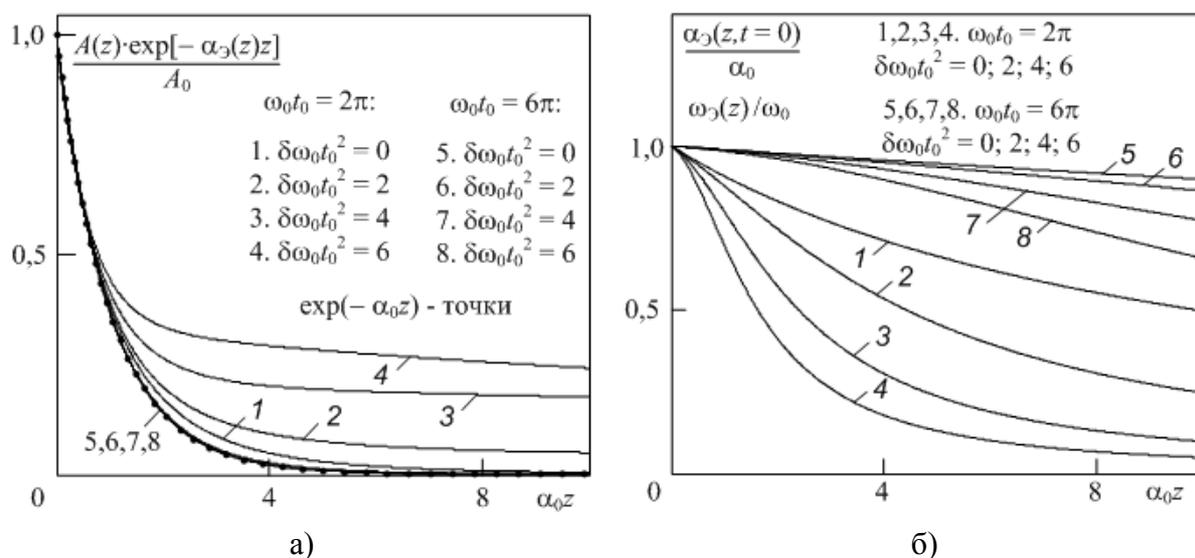


Рис. 2. Пространственные изменения амплитуды (а) и эффективного коэффициента затухания (б) пикового значения огибающей волнового пакета

Отмеченная закономерность, демонстрирующая ослабление затухания волнового пакета в сравнении с монохроматической волной той же частоты, не является тривиальной. Так, например, любое расширение спектра в окрестности частоты ω_0 влечет за собою рост дополнительных потерь в его высокочастотной области. И лишь потому, что диссипативное «выедание» высокочастотной части спектра сопровождается снижением эффективной частоты внутриимпульсного заполнения, становится понятна причина замедления пространственного затухания пиковой амплитуды широкополосного волнового пакета.

На рис. 3 показаны пространственные изменения дополнительных набегов фаз в высокочастотном заполнении волнового пакета. Заметим, что конечные значения $\varphi_1(z)$ и $\varphi_2(z)$ возможны только для ЛЧМ сигналов, в случае гармонического заполнения ($\delta_0 = 0$) они равны нулю (кривые 1 и 5). Сдвиги фаз $\varphi_1(z)$ и $\varphi_2(z)$ могут рассматриваться как запаздывание во времени высокочастотного заполнения относительно скорости c_0 . Учитывая противоположные знаки $\varphi_1(z)$ и $\varphi_2(z)$, для некоторых случаев возможно достичь их взаимной компенсации.

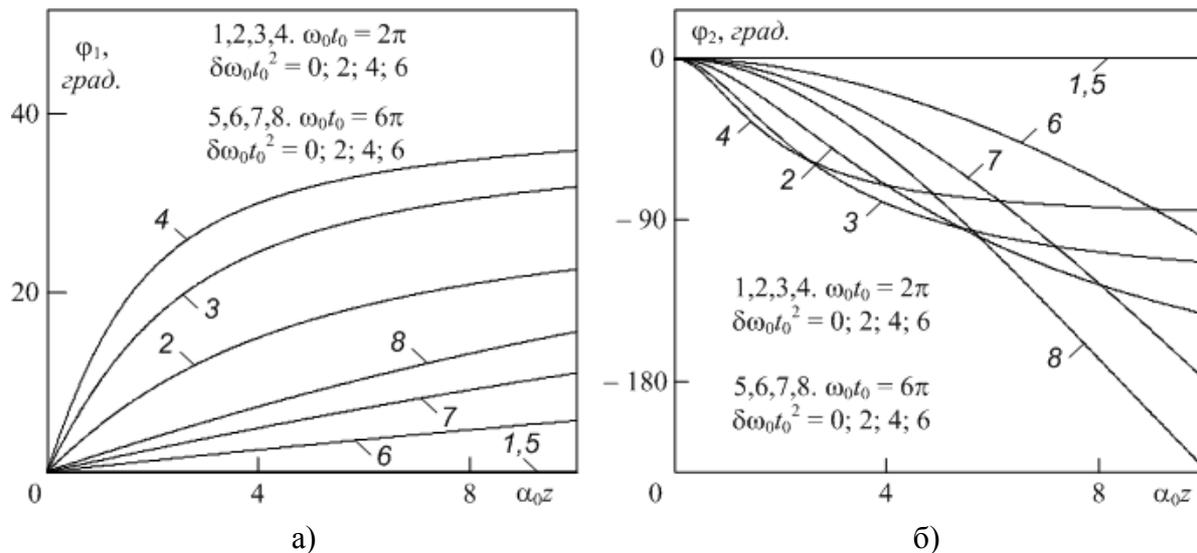


Рис. 3. Пространственные изменения дополнительных набегов фаз в высокочастотном заполнении волнового пакета

Использование частотной модуляции гармонического заполнения ($\delta_0 \neq 0$) способно качественно изменить зависимость эффективной длительности волнового пакета от расстояния, рис. 4-а. Отмечаемые особенности свелись к образованию локального минимума в зависимостях $t_3(z)$ и появлению возможности сжатия радиоимпульса, характеризующейся неравенством $t_3(z) < t_0$. Эффект компрессии волнового пакета под влиянием диссипации реализуется на участке расстояний $0 < z < z_1$, где

$$z_1 = \frac{\omega_0^2 t_0^2}{4\alpha_0} \cdot \frac{\omega_0^2 \delta_0^2 t_0^4 - 1}{\omega_0^2 \delta_0^2 t_0^4 + 1}.$$

Очевидно, что условие $z_1 > 0$ возможно только при значении базы сигнала $\omega_0 \delta_0 t_0^2 > 1$.

Исследуя на экстремум функцию $t_3(z)$ в выражении (10), получаем для точки минимума соответственно величины z_{min} и t_{min} :

$$z_{min} = \frac{\omega_0^2 t_0^2}{4\alpha_0} \cdot \frac{\omega_0 \delta_0 t_0^2 - 1}{\omega_0^2 \delta_0^2 t_0^4 + 1}; \quad t_{min} = \sqrt{2 \cdot \frac{\omega_0 \delta_0 t_0^2}{\omega_0^2 \delta_0^2 t_0^4 + 1}}.$$

Наряду с изменением длительности волнового пакета в процессе его распространения происходит снижение скорости модуляции частоты внутриимпульсного заполнения, рис. 4-б. Ускоренное затухание высокочастотной части сигнала способствует постепенному вырождению частотной модуляции, быстрому уменьшению базы сигнала. Наиболее интенсивно этот процесс происходит в коротких волновых пакетах с большой базой.

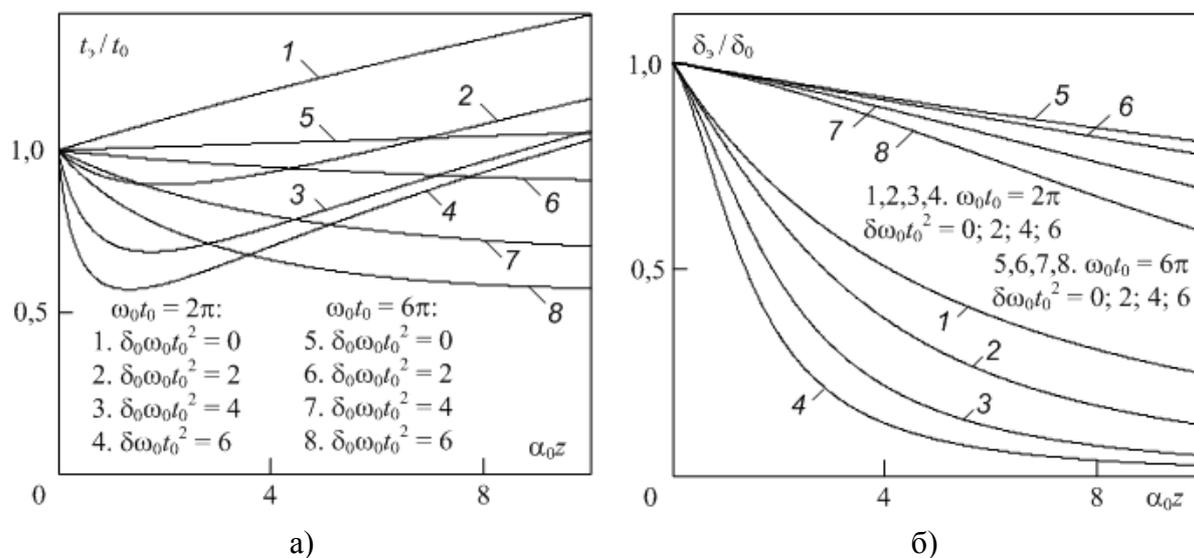
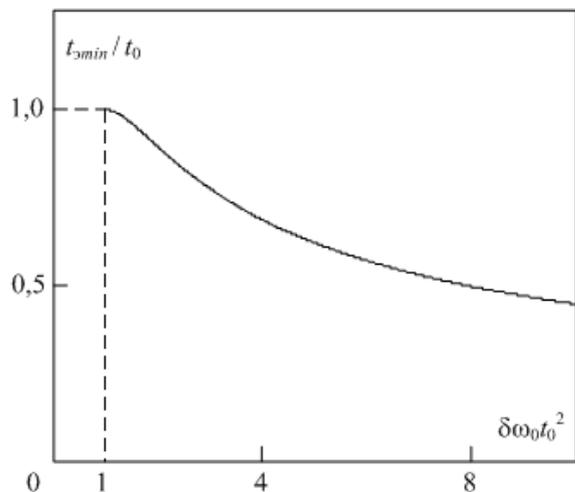


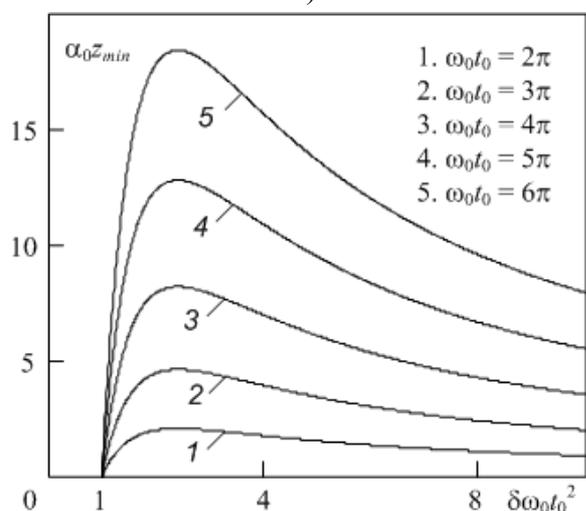
Рис. 4. Пространственные изменения эффективной длительности (а) и скорости изменения частоты (б) внутриимпульсного заполнения

На рис. 5 показаны изменения параметров, характеризующих эффект «диссипативной» компрессии волнового пакета, в зависимости от начальной базы ЛЧМ сигнала. На значения z_1 и z_{min} влияют одновременно оба основных параметра исходного импульса $\omega_0 \delta_0 t_0^2$ и $\omega_0 t_0$. В то же время величина t_{min} является функцией только базы ЛЧМ сигнала и не зависит от нормированной длительности импульса $\omega_0 t_0$. Согласно рис. 5-а, увеличивая $\omega_0 \delta_0 t_0^2$ в пределах от единицы до десяти, можно более чем вдвое сократить длительность импульса. Наиболее сильно эта зависимость проявляется при малых значениях $\omega_0 \delta_0 t_0^2$.

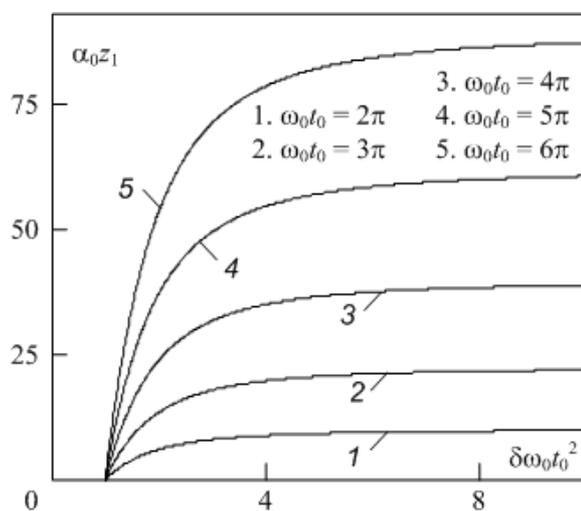
Диссипативный механизм компрессии волнового пакета обусловлен ускоренным ослаблением высокочастотной части радиоимпульса, что видно на временных диаграммах сигнала, рис. 6 – рис. 8. При этом рост пикового значения огибающей, как это происходит при компрессии импульса в диспергирующей среде, здесь невозможен. С увеличением расстояния, проходимого волной, наблюдается характерное смещение наиболее энергоемкой части импульса в сторону низкочастотной части исходного возмущения. В диспергирующих средах такое поведение возможно за счет увеличения групповой скорости волнового пакета. На самом же деле никакого смещения импульса во времени не происходит. Вместо этого в нашем случае под действием частотно-зависимого затухания от ЛЧМ сигнала остается лишь его низкочастотная часть, которая при рассматриваемом законе модуляции ($\delta_0 > 0$) расположена правее центра исходного сигнала.



а)



б)



в)

Рис. 5. Зависимости наименьшей длительности волнового пакета (а), координаты ее формирования (б) и размера области сжатия (в) от начальной базы ЛЧМ сигнала

Динамика наблюдаемых изменений формы сигнала принимает противоположное направление в случае, когда мгновенная частота в исходном ЛЧМ сигнале увеличивается к концу импульса ($\delta_0 < 0$). Смена знака δ_0 приводит к тому, что максимум остающейся низкочастотной части сигнала оказывается смещенным влево вдоль оси времени (в направление излучателя) относительно центра аналогичного волнового пакета, распространяющегося в идеальной среде с такой же скоростью. Для плосковолнового пакета количественные показатели рассматриваемого процесса не зависят от знака скорости изменения частоты δ_0 .

Для достаточно коротких импульсов ($\omega_0 t_0 = 2\pi$) зависимости $t_3(z)$ после достижения минимума начинают нарастать, в результате чего на расстояниях $z > z_1$ компрессия сменяется обратным процессом – расплыванием (декомпрессией) волнового пакета. Наглядно проследить оба этапа можно на рис. 6. На больших расстояниях ($\alpha_0 z \geq 30$) смещение максимума огибающей проявляется слабо, поскольку одновременно с декомпрессией происходит возвращение максимума к центру исходного возмущения

($t/t_0 = 0$). Для протяженных ЛЧМ радиоимпульсов этап декомпрессии может и не наступить по причине произошедшего затухания волны, что видно на рис. 8.

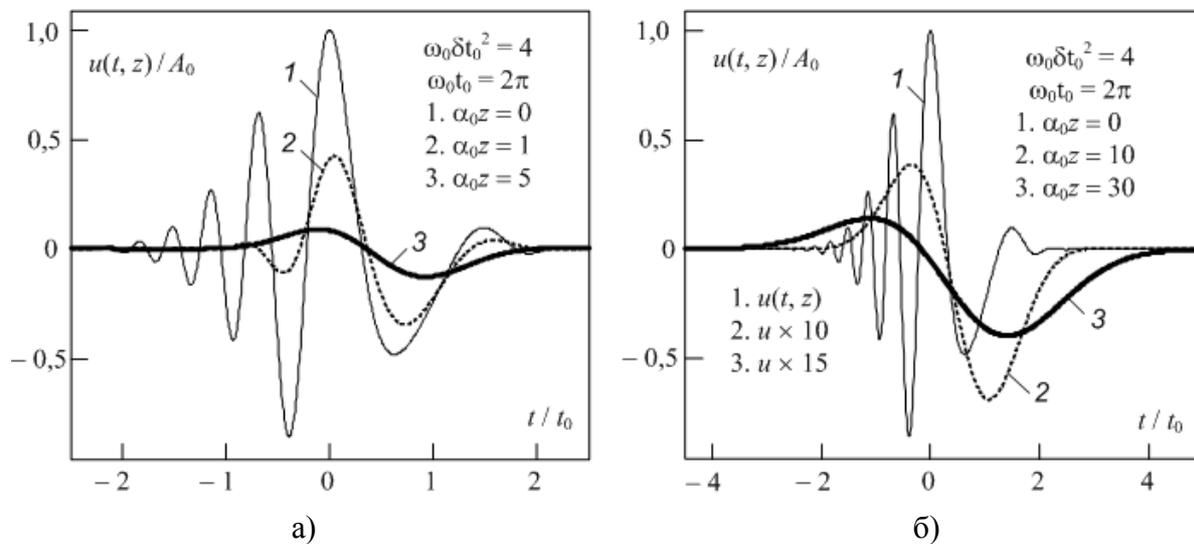


Рис. 6. Пространственная эволюция формы волнового пакета с параметрами $\omega_0 \delta_0 t_0^2 = 4$ и $\omega_0 t_0 = 2\pi$

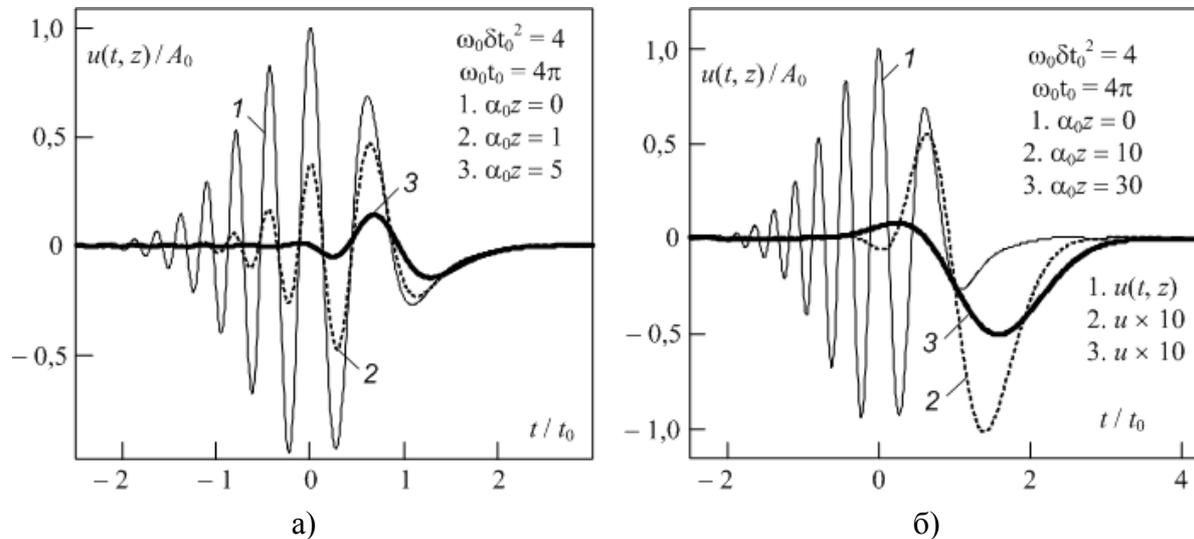


Рис. 7. Пространственная эволюция формы волнового пакета с параметрами $\omega_0 \delta_0 t_0^2 = 4$ и $\omega_0 t_0 = 4\pi$

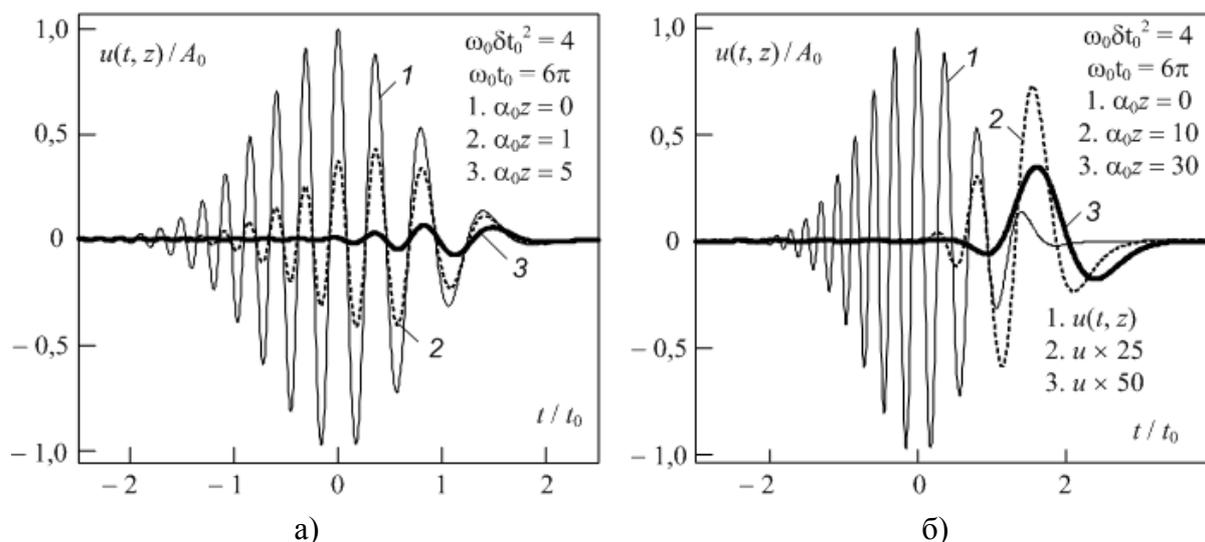


Рис. 8. Пространственная эволюция формы волнового пакета с параметрами

$$\omega_0 \delta_0 t_0^2 = 4 \text{ и } \omega_0 t_0 = 6\pi$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализируя произошедшие изменения формы волнового пакета (см. рис. 6–8) на фиксированном расстоянии $z = const$, можно по результатам измерений в единственной точке измерить величину α_0 . Это является важным преимуществом в сравнении с известными методами измерения коэффициента затухания, где сравниваются результаты измерений амплитуды гармонической волны на разных расстояниях от излучателя.

Помимо анализа формы волнового пакета с ЛЧМ заполнением, изменяющегося с расстоянием в диссипативной среде, коэффициент затухания на частоте ω_0 удастся однозначно определить по скорости изменения мгновенной частоты $\delta(z)$, измеренной на удалении z . Воспользуемся для этого выражением $\delta(z)$ в (11), в результате получаем:

$$\alpha_0 = \frac{\omega_0^2 t_0^2}{4z(1 + \omega_0^2 \delta_0^2 t_0^4)} \left[\sqrt{\left(\frac{\delta}{\delta_0}\right)^{-1} (1 + \omega_0^2 \delta_0^2 t_0^4) - \omega_0^2 \delta_0^2 t_0^4} - 1 \right].$$

При этом параметры исходного сигнала (δ_0 , $\omega_0 t_0$ и $\omega_0 \delta_0 t_0^2$) считаются известными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б. Ультразвуковые методы в физике твердого тела. – М.: Мир, 1972. – 308 с.
2. Ультразвук. Маленькая энциклопедия. Под ред. И. П. Голяминой. – М.: Советская энциклопедия, 1979. – 400 с.

3. Гаврилов А. М. Фазозависимые процессы нелинейной акустики: модулированные волны. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. – 352 с.
4. Гаврилов А. М., Савицкий О. А. Фазозависимые взаимодействия акустических волн. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2010. – 362 с.
5. Никитина Н. Е. Акустоупругость. Опыт практического применения. – Ниж. Новгород: ТАЛИАМ, 2005. – 208 с.
6. Применение ультразвука в медицине: Физические основы. / Под ред. Хилла. – М.: Мир, 1989. – 568 с.
7. Гаврилов А. М., Кудрявцева Д. Е. Особенности распространения ультразвукового импульса с монохроматическим заполнением в диссипативной среде. – Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки, 2012, № 6.
8. Меркулова В. М. О точности импульсного метода измерения затухания и скорости ультразвука. – Акуст. журн., 1966, т. 12, № 4. С. 474 – 478.
9. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с.
10. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа, 1983. – 536с.
11. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. – М.: Наука, 1981. – 800 с.