

Е. В. Соседко, А. В. Буланов

*Тихоокеанский океанологический институт им. В. И. Ильичева ДВО РАН
Россия, 690041, Владивосток, Балтийская, 43, e-mail: s_kat@mail.ru*

Изучение нестационарных нелинейных колебаний пузырьков в поле ультразвука для задач акустической спектроскопии газовых включений в жидкостях

Получена 30.10.2018, опубликована 16.11.2018

Проведены исследования переходных процессов в динамике резонансных включений под действием акустических импульсов с различными частотами. Показано, что возбужденный сигнал на собственной частоте включения имеет достаточно высокую амплитуду для его регистрации в типичных экспериментальных условиях. Предложена реализация метода нестационарной импульсной акустической спектроскопии, основанная на нестационарном режиме рассеяния любых высокочастотных акустических импульсов с последующей низкочастотной фильтрацией сигналов от резонансных пузырьков.

Ключевые слова: акустическая спектроскопия, нелинейные колебания, ультразвук, акустическая нелинейность, пузырьки.

ВВЕДЕНИЕ

Наиболее существенным недостатком методов акустической спектроскопии при применении широкополосных и перестраиваемых по частоте сигналов является сложность их реализации на практике, поскольку они требуют сложной аппаратуры, достаточно мощных импульсов звука и сложной системы приема сигналов, которую следует автоматически перестраивать синхронно в соответствие с частотным составом излучаемых сигналов [1-4]. В настоящей работе предлагается существенно упрощенный подход, основанный на нестационарном рассеянии акустических импульсов, который сохраняет возможности акустической спектроскопии.

Суть эффекта заключается в следующем. Пусть на распределенные в жидкости резонансные включения падает акустический импульс с частотой ω и превышающий собственную частоту включения ω_0 . Передний фронт импульса возбуждает наряду с вынужденными колебаниями частоты ω также и собственные колебания включений на частоте ω_0 , которые являются затухающими колебаниями за время τ_0 , определяемого добротностью Q . Момент прохождения заднего фронта импульса также возбуждает собственные колебания резонансных включений, которые продолжаются и после прохождения импульса. Такие нестационарные или переходные режимы колебаний на

собственной частоте приводят к переизлучению звука в моменты прохождения переднего и заднего фронтов возбуждаемого высокочастотного (ВЧ) импульса [2, 4, 5]. Важным для дальнейшего рассмотрения является то обстоятельство, что время переходного излучения (нестационарного рассеяния) τ_0 может быть достаточно большим в силу того, что 1) $\omega_0 < \omega$, 2) $\delta_0 \ll 1$, откуда τ_0 может быть сравнимо с длиной падающего импульса. Последнее фактически означает, что при падении ВЧ импульса длительности τ наряду с вынужденным рассеянием на частоте ω наблюдается также переходное рассеяние на собственной частоте включений ω_0 , которое по уровню может даже превышать нерезонансное вынужденное ВЧ рассеяние [5-7].

Подчеркнем, что наличие нестационарного (переходного) рассеяния на частотах ниже частоты ω возможно только при наличии резонансных включений с низкими резонансными частотами $\omega_0 < \omega$. Режим нестационарного рассеяния может быть положен в основу акустической спектроскопии резонансных включений.

1. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Рассмотрим величину давления, рассеянного пузырьком на собственной частоте $\omega_0 < \omega$:

$$P_{\omega_0} = \frac{\omega_0}{2\omega} \left[e^{-i\omega_0 t} e^{-\delta_0 \omega_0 t} \theta(t) + \theta(t - \tau) e^{-i\omega_0(t-\tau)} e^{-\delta_0 \omega_0(t-\tau)} e^{-\delta_0 \omega_0 t} \right]. \quad (1)$$

Заметим, что на вынужденной частоте ω уровень давления P_ω равен $P_\omega = \exp(-i\omega t)(\theta(t) - \theta(t - \tau))$. Будем считать распределение включений пространственно однородным с функцией распределения по размерам $g(R)$, которая обычно определяется степенной или гауссовской зависимостью типа $g(R) = AR^{-n}$ или $g(R) = B \exp(-(R - \bar{R})^2 / \Delta^2)$. Определим интенсивность рассеянного поля на одиночном включении $I_s = \langle |P_s|^2 \rangle / 2\rho c$, где угловые скобки $\langle a(t) \rangle$ означают усреднение по периоду поля $\langle a(t) \rangle = (1/T) \int_t^{t+\tau} a(\tau) d\tau$, где T – максимальный период поля (низшая частота ω_0). Интенсивность на частоте $\omega_0 \ll \omega$ равна

$$\bar{I}_{s\omega_0} = \frac{1}{4} \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \left\langle \left| e^{-2\delta_0 \omega_0 t} \theta(t) + (e^{-2\delta_0 \omega_0(t-\tau)} - 2e^{-\delta_0 \omega_0 t} e^{-\delta_0 \omega_0(t-\tau)}) \theta(t - \tau) \right|^2 \right\rangle \approx \frac{1}{4} \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \frac{1 - e^{-\delta_0 \omega_0 \tau}}{\omega_0 \delta \Gamma}. \quad (2)$$

Отсюда имеем следующие предельные случаи: а) при длительности импульса $\tau < 1/\omega_0 \delta$ получаем $\bar{I}_{s\omega_0} = (1/4)(\omega_0/\omega)^2$; б) а при длительности импульса $\tau \gg 1/\omega_0 \delta$ получаем $\bar{I}_{s\omega_0} = (1/4)(\omega_0/\omega)^2 (1/\delta \omega_0 \tau)$. Видно, что энергетически наиболее выгоден режим излучения импульсов с длительностью τ , сравнимой с характерным временем установления колебаний τ_0 . Подчеркнем, что интенсивность нестационарного рассеяния на низкой частоте меньше рассеяния на основной частоте

всего лишь в $(\omega_0/\omega)^2$, а не в $(\omega_0/\omega)^4$ раз, как это было бы в стационарном случае при вынужденной раскачке на низкой частоте. Это свидетельствует о возможности спектроскопии резонансных включений с большой помехозащищенностью в силу двух обстоятельств: 1) величина нестационарного рассеяния с преобразованием в низкую частоту достаточно велика; 2) на низкой частоте отсутствует помеха на частоте накачки. Итак, реализуя импульсный режим излучения с последующей фильтрацией сигналов в различных диапазонах частоты можно осуществлять спектроскопию резонансных включений.

В связи с необходимостью применения мощных акустических сигналов для увеличения дальности зондирования возникает вопрос о возможностях нелинейного стационарного и нестационарного [2, 4, 6-8] возбуждения резонансных пузырьков и рассеяния ими падающих акустических импульсов. Вначале рассмотрим аналитическое решение задачи о нелинейном рассеянии звука пузырьком в приближении квадратичной нелинейности уравнения состояния и уравнения движения пузырька. Полагаем изменения радиуса пузырька $R(t)$ в виде $R(t) = R[1 + z^{(1)}(t) + z^{(2)}(t)]$, где $z^{(1)}(t)$ и $z^{(2)}(t)$ описывают пульсации пузырька в первом и втором приближениях.

Из уравнения Рэлея с учетом сжимаемости жидкости [2, 3] получаем в квадратичном приближении следующие уравнения для $z^{(1)}(t)$ и $z^{(2)}(t)$:

$$\ddot{z}^{(1)} + 2\mu\dot{z}^{(1)} + \omega_0^2 z^{(1)} = f(t), \quad f(t) = -\omega_0^2 (\tilde{P}(t) + R\dot{\tilde{P}}(t)/c), \quad \tilde{P}(t) = \frac{P_\infty(t)}{3\gamma P_0(1 + a_1\alpha_\sigma)}; \quad (3)$$

$$\ddot{z}^{(2)} + 2\mu\dot{z}^{(2)} + \omega_0^2 z^{(2)} = F^2(t), \quad \omega_0^2 = \frac{3\gamma P_0(1 + a_1\alpha_\sigma)}{\rho R^2}, \quad a_1 = \frac{3\gamma - 1}{3\gamma}. \quad (4)$$

Здесь $P_\infty(t)$ – акустическое давление, ω_0 – собственная частота колебаний пузырьков, $a_\sigma = 2\sigma/R_0 P_0$, $\mu = 2\eta/\rho R_0^2 + \omega_0^2 R_0/c$ – декремент затухания, η – коэффициент динамической вязкости, γ – показатель адиабаты, для воздуха $\gamma = 1.4$. Квадратичная возбуждающая сила $F^{(2)}(t)$ для достаточно больших пузырьков $R \geq R_\sigma$, где $R_\sigma = 2\sigma/P_0$, равна

$$F^{(2)}(t) = -\left[\ddot{z}^{(1)} z^{(1)} + \frac{3}{2} \dot{z}^{(1)2} - 2\mu\dot{z}^{(1)} z^{(1)} - \omega_0^2 \frac{3\gamma + 1}{2} z^{(1)2} \right] + 2\frac{R_0}{c} \dot{z}^{(1)} \left[\dot{z}^{(1)} + \omega_0 2\frac{3\gamma + 1}{2} z^{(1)} \right]. \quad (5)$$

Находим решения методом спектрального разложения Фурье. Частотный спектр малых пульсаций пузырьков $z_q^{(1)}$ определяется следующей формулой

$$z_q^{(1)} = \frac{\omega_0^2 (1 - ik_q R)}{Q_{\omega_0, q}} \tilde{P} D_{q, \omega}, \quad D_{q, \omega} \tau = \frac{\exp(i(q - \omega)\tau) - 1}{2\pi i(q - \omega)} \quad (6)$$

где резонансный коэффициент $Q_{\omega_0, q}$ записывается в виде $Q_{\omega_0, q} = \omega_0^2 - q^2 + 2i\mu q$.

Спектр $z_q^{(2)}$ следует из (4) в виде $z_q^{(2)} = -F_q^{(2)}/Q_{\omega_0, q}$, где спектр силы $F_q^{(2)}$

определяется виртуальными источниками первого приближения из уравнения (5), в итоге имеем

$$z_q^{(2)} = \frac{\omega_0^4}{Q_{\omega_0,q}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[s^2 + \frac{3}{2}(q-s)s + \tilde{\omega}_0^2 - 2\mu is \right] \frac{1 - ik_q R}{Q_{\omega_0,q-s} Q_{\omega_0,s}} D_{q-s,\omega} D_{s,\omega} \tilde{P}^2 ds. \quad (7)$$

В дальнейшем будем считать, что акустический импульс содержит достаточно большое количество периодов на частотах накачки. Тогда спектральная линия на накачке будет узкой и эффекты нестационарности окажутся ярко выражены только на собственной частоте пузырька:

$$z_q^{(2)} = \frac{\omega_0^4}{Q_{\omega_0,q}} \frac{\omega^2 + \frac{3}{2}(q-\omega)\omega + \tilde{\omega}_0^2 - 2\mu i\omega}{Q_{\omega_0,q-\omega} Q_{\omega_0,\omega}} (1 - ik_q R) D_{q-\omega,\omega} \tilde{P}^2, \quad (8)$$

$$z_{\omega_0}^{(2)}(t) = \frac{1}{2} \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{1}{\delta_0} e^{-i\omega_0 t} e^{-\delta t} \tilde{P}^2 \theta(t). \quad (9)$$

2. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ НА НИЗКОЙ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЕ

Переходные процессы нелинейных собственных колебаний низкочастотных пузырьков наглядно иллюстрирует рис. 1. Существенное отличие от картины, полученной в квадратичном приближении, начинается при высоких амплитудах накачки. Для проведения корректного расчета потребовалось численное моделирование переходных процессов, для анализа большинства нестационарных эффектов достаточно применение уравнения Рэля вида [3, 4]

$$\rho \left[R\ddot{R} + \frac{3}{2}R^2 \right] + \frac{2\sigma}{R} + \frac{4\eta\dot{R}}{R} - \frac{a}{R^{3\gamma}} = -P_{\infty}(t) = P_{\sigma} - P_0 - P_a(t), \quad (10)$$

где константа a определяется из условия равновесия парогазового пузырька вида, $2\sigma/R_0 - a/R_0^{3\gamma} = P_{\sigma} - P_0$, P_{σ} – парциальное давление пара, получаем окончательно $a = (P_{\sigma} - P_0 + 2\sigma/R_0)R_0^{3\gamma}$.

После замены $y = R/R_0$ уравнение (10) приобретает вид:

$$y\ddot{y} + \frac{3}{2}\dot{y}^2 + \delta y / y + \Omega^2 \left[1 - \frac{1+\alpha}{y^n} + \frac{\alpha}{y^n} \right] = -\tilde{P}(t), \quad \alpha_0 = \frac{2\sigma}{R_0 P_0}, \quad n = 3\gamma, \quad (11)$$

$$\Omega^2 = \frac{P_0}{\rho R_0^2 \omega^2} = \frac{3\gamma P_0}{\rho R_0^2 \omega^2 3\gamma} = \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{1}{3\gamma}, \quad P(t) = \frac{P_m}{\rho R_0^2 \omega^2} e^{-i\omega t} = \Omega^2 \frac{P_m}{P_0} e^{-i\omega t}. \quad (12)$$

На рис. 1 представлено трехмерное изображение временных зависимостей радиуса и скорости нестационарных нелинейных колебаний газовых пузырьков на низкой собственной частоте $\omega_0 = \omega/10 = 15$ кГц при большой амплитуде звука $P_m = 2000$ кПа. Здесь же представлена фазовая траектория раскочки нелинейных колебаний. Видно, что происходит существенное искажение гармонических колебаний, фазовая траектория показывает не только классические области в виде эллипсов и спиралей, но также точки стохастического характера, локализованные вблизи указанных траекторий.

3. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ЭФФЕКТЫ НА ПОЛОВИННОЙ ЧАСТОТЕ НАКАЧКИ

Весьма заманчивым было проведение анализа нестационарных эффектов при параметрическом возбуждении собственных частот на половинной частоте накачки. Эти результаты представлены на рис. 2 и 3. Видно эффективное параметрическое возбуждение на субгармонике. Максимально возможная перекачка энергии звука в субгармонику происходит при длительности импульса накачки $\tau \sim \tau_0$. В этом отношении результаты, характерные для нестационарных линейных колебаний, совпадают с результатами для нелинейных колебаний.

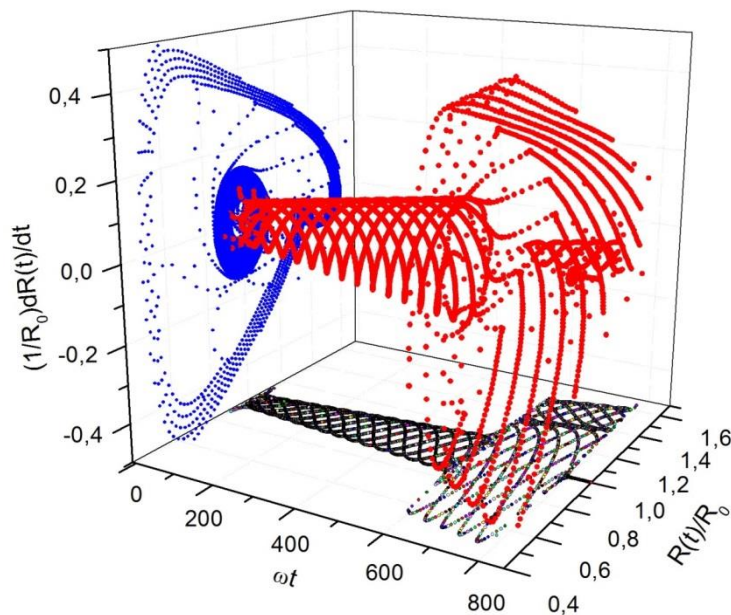


Рис. 1. Временные зависимости радиуса и скорости нестационарных нелинейных колебаний газовых пузырьков на низкой собственной частоте пузырьков $\omega_0 = \omega/10 = 15$ кГц при большой амплитуде звука $P_m=2000$ кПа

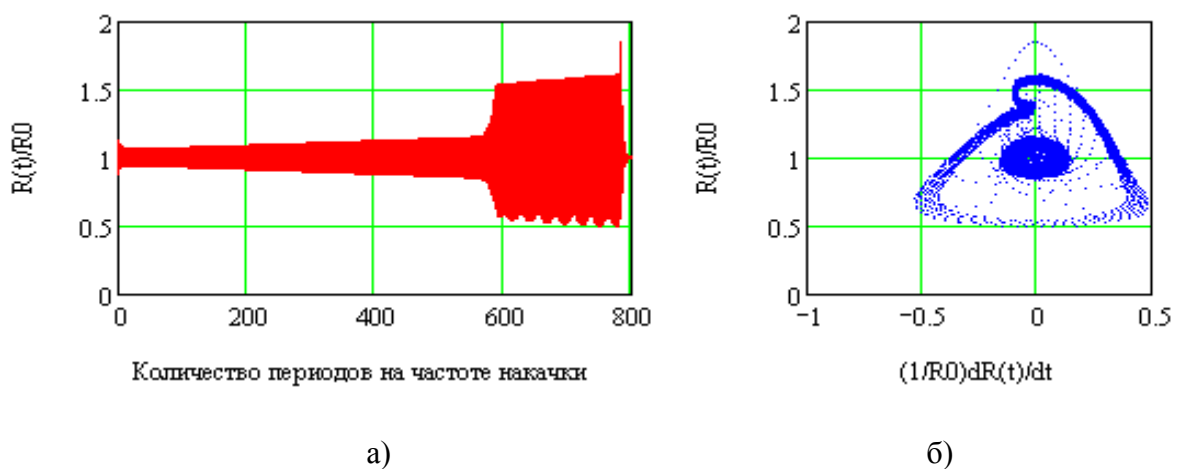


Рис. 2. Нестационарная параметрическая раскачка колебаний пузырьков на половинной частоте накачки $\omega_0 = \omega/2 = 75$ кГц, $P_m=20$ кПа; (а) – график $z(t)$, (б) – фазовые траектории в процессе раскачки

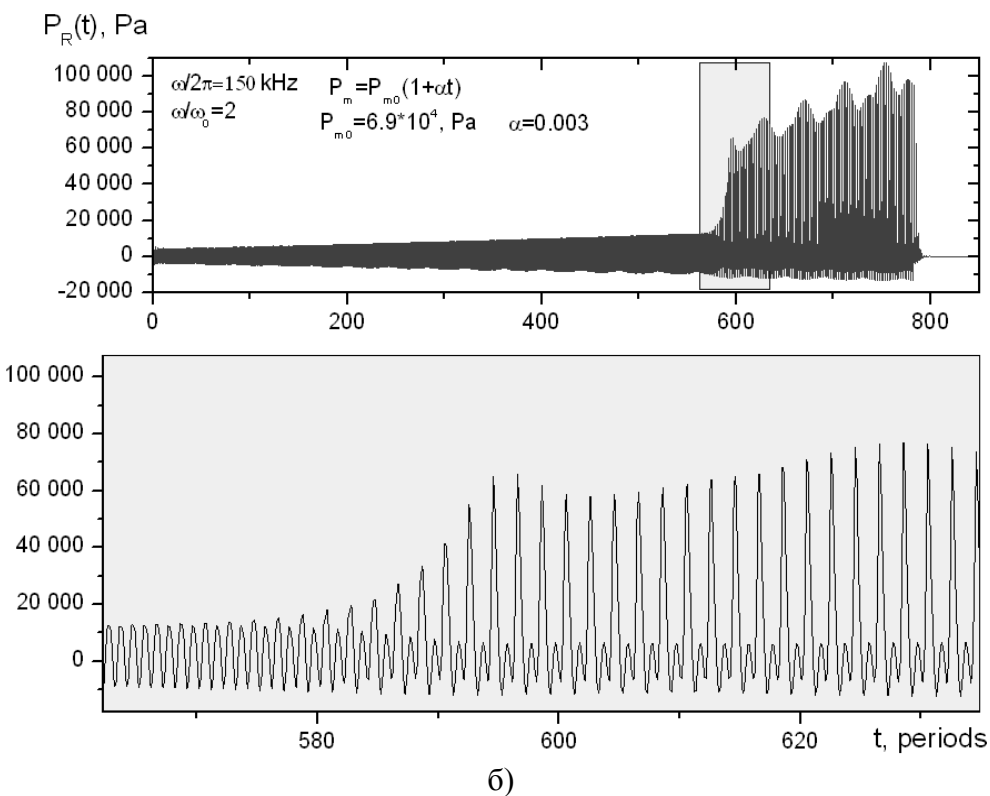
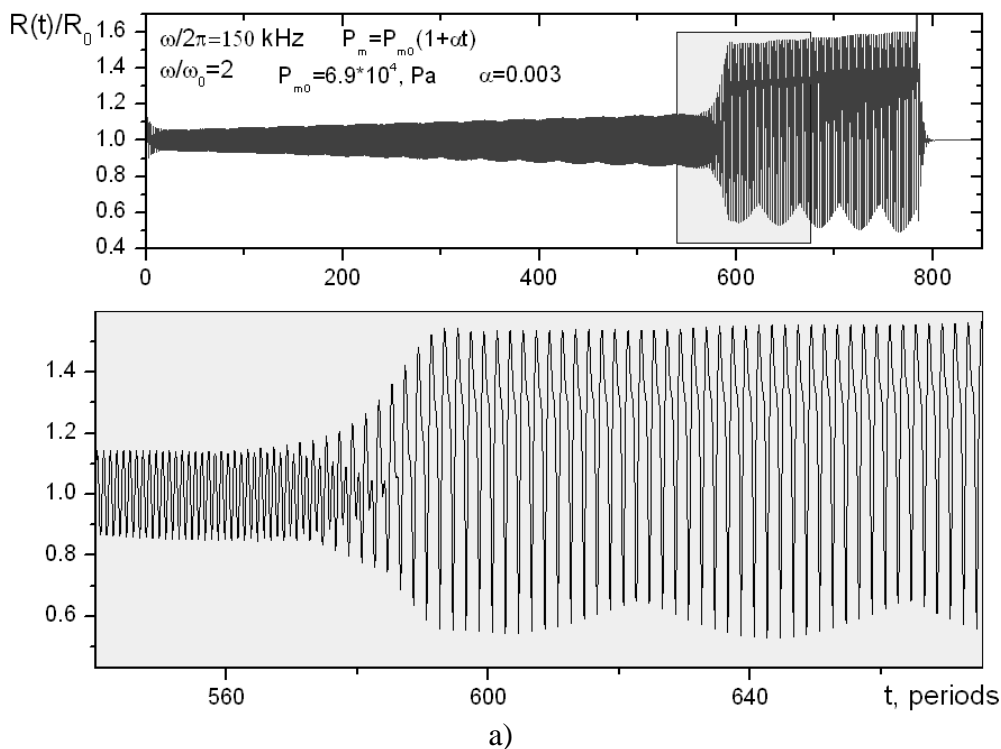


Рис. 3. Параметрическая раскачка колебаний пузырьков $R(t)$ (а) и давление на поверхности пузырька в рассеянной волне $P_R(t)$ (б) на половинной частоте накачки $\omega_0 = \omega / 2 = 75 \text{ кГц}$, $P_m = 69 \text{ кПа}$

Давление на поверхности пузырька в рассеянной волне при нестационарной раскачке колебаний пузырьков на низкой собственной частоте (в десять раз меньше частоты накачки) показано на рис. 4.

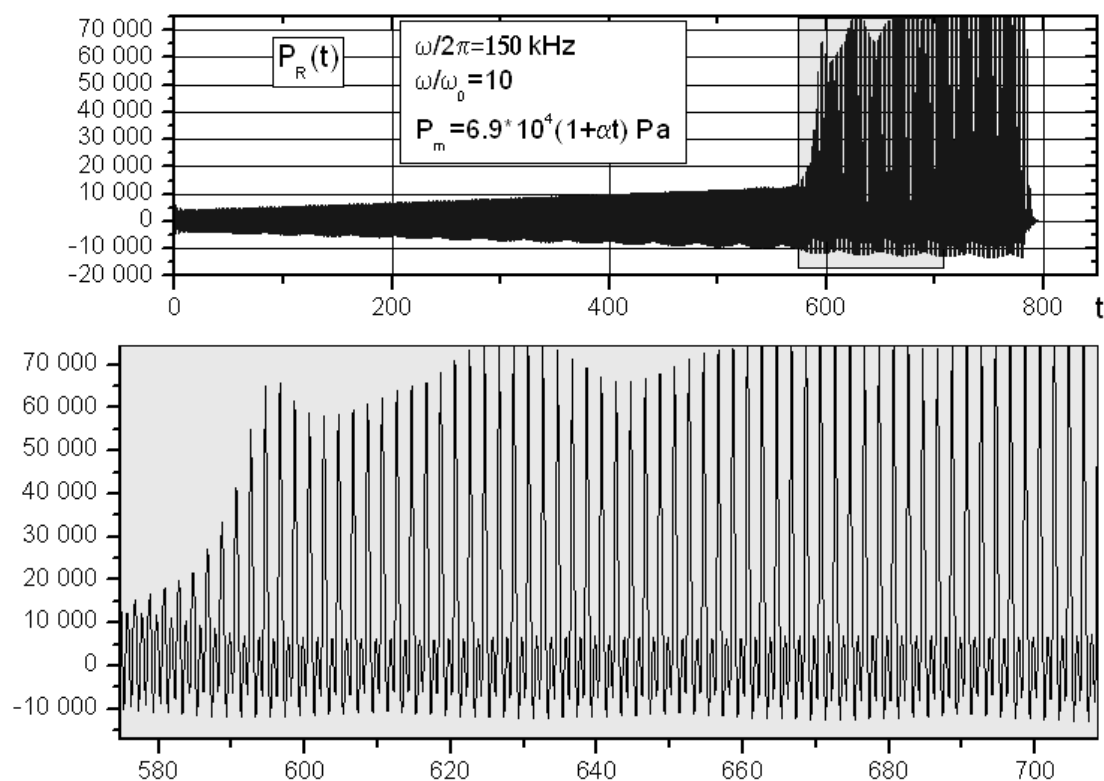


Рис. 4. Давление на поверхности пузырька в рассеянной волне $P_R(t)$ при нестационарной раскачке колебаний пузырьков на низкой собственной частоте в десять раз меньше частоты накачки $\omega_0 = \omega/10 = 15$ кГц, $P_m = 69$ кПа

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что возбужденный за счет переходных процессов сигнал на собственной частоте пузырька имеет достаточно высокую амплитуду для его регистрации в типичных экспериментальных условиях.

Акустическая спектроскопия обладает большой помехозащищенностью в силу двух обстоятельств: 1) величина нестационарного рассеяния с преобразованием в низкую частоту достаточно велика; 2) на низкой частоте отсутствует помеха на частоте накачки – здесь присутствует только полезный сигнал, свидетельствующий о наличии резонансных включений. Нестационарное рассеяние позволяет осуществлять акустическую спектроскопию резонансных включений в линейном и нелинейном режимах.

Работа была выполнена при поддержке РФФИ (проекты 17-02-00561, 18-32-20146, 16-02-00841).

ЛИТЕРАТУРА

1. Leighton T. G. From seas to surgeries, from babbling brooks to baby scans: the acoustics of gas bubbles in liquids // *International Journal of Modern Physics B* 2004. Vol. 18, No. 25. pp. 3267–3314.
2. Акуличев В. А., Буланов В. А. Акустические исследования мелкомасштабных неоднородностей в морской среде. – Владивосток: ТОИ ДВО РАН, 2017. – 414 с. ISBN 978-5-9909943-8-6.
3. Максимов А. О., Соседко Е. В. Переходные процессы в окрестности субгармонического резонанса. // *Письма в ЖТФ*. 1999. Т. 25. № 17. С. 1-6.
4. Maksimov A. O., Leighton T. G., Sosedko E. V. Nonlinear transient bubble oscillations / *Nonlinear Acoustics at the Beginning of the 21st Century*. Ed. by O. V. Rudenko. MSU, Moscow, 2002. V. 2. P. 987-990.
5. Буланов В. А., Соседко Е. В. Нестационарное рассеяние акустических импульсов на резонансных включениях в жидкости / *Сборник трудов 19 сессии РАО Т. 1*. Н. Новгород. 2007. С. 80-83.
6. Ainslie M. A., Leighton T. G. Near resonant bubble acoustic cross-section corrections, including examples from oceanography, volcanology, and biomedical ultrasound // *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 126, No. 5, 2009 pp. 2163-2175.
7. Мансфельд А. Д., Волков Г. П., Санин А. Г., Владимиров И. А. Импульсная ультразвуковая спектроскопия газовых пузырьков // *Акуст. журн.*, 2010, том 56, № 3, с. 323-332.
8. Lauterborn W., Kurz T. Physics of bubble oscillations // *Rep. Prog. Phys.* 2010. V. 73. No 106501. 88 p.