

С. С. Воронков

Псковский государственный университет

Россия, 180000, г. Псков, пл. Ленина, 2, e-mail: voronkovss@yandex.ru

О генерации волн Толмина-Шлихтинга в пограничном слое вязкого теплопроводного газа

Получена 26.11.2018, опубликована 18.12.2018

Показано, что закон возникновения турбулентности в вязком теплопроводном газе описывает один из механизмов генерации волн Толмина-Шлихтинга в пограничном слое на передней кромке пластины. Отмечается, что найденное аналитическое выражение для пульсаций давления на передней кромке пластины качественно верно описывает зависимость интенсивности возмущений от средней скорости набегающего потока и частоты возмущений, установленную экспериментально в работах Качанова, Козлова и Левченко.

Ключевые слова: волны Толмина-Шлихтинга, закон возникновения турбулентности, вязкий теплопроводный газ.

ВВЕДЕНИЕ

В работах Качанова, Козлова и Левченко [1] установлена важная роль передней кромки пластины в формировании вихревых волн пограничного слоя — волн Толмина-Шлихтинга (рис. 1).

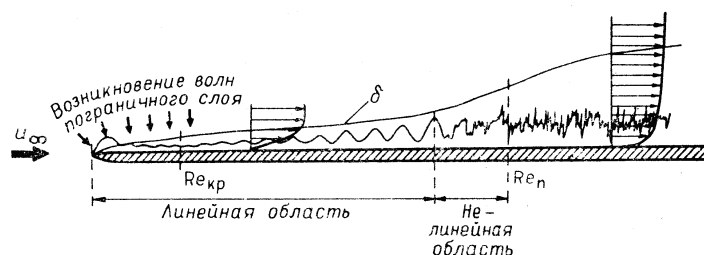


Рис. 1. Схема основных стадий процесса перехода в пограничном слое. Рисунок из работы [1]

Передняя кромка пластины является типичной локальной неоднородностью, где претерпевают достаточно резкие изменения поле возмущений и средний поток. Но до конца не ясен механизм усиления поля возмущений на передней кромке пластины и генерации волн Толмина-Шлихтинга.

Рассмотрим механизм усиления поля возмущений на передней кромке пластины и генерации волн Толмина-Шлихтинга, привлекая закон возникновения турбулентности, полученный в работе [2].

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Приведем полученный в работе [2] закон возникновения турбулентности в виде

$$dp = a_s^2 d\rho + (\mathbf{V} \cdot (a_s^2 \text{grad} \rho - \text{grad} p) + (k-1)\Phi) dt, \quad (1)$$

где a_s — адиабатное и изоэнтропное значение скорости звука; p, ρ — давление и плотность газа; Φ — функция, учитывающая диссипацию энергии и теплообмен

$$\Phi = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) +$$

$$+ \mu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\};$$

T — температура газа; \mathbf{V} — вектор скорости газа с проекциями u, v, w на оси декартовой системы координат x, y, z соответственно; λ — коэффициент теплопроводности; μ — коэффициент динамической вязкости; t — время; k — показатель адиабаты.

Из закона возникновения турбулентности (1) следует, что в вязком теплопроводном газе при возникновении градиентов скорости потока $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$ на передней кромке

пластины вследствие прилипания потока на стенке пластины ($u=0, v=0$), будут возникать возмущения давления dp в плоскости xu , которые генерируют вихревые волны.

В работе [1] приведены результаты экспериментов по генерации волн Толмина-Шлихтинга на плоской пластине. В поток, набегающий на пластину, вводились колебания малой амплитуды с помощью вибрирующей ленты. В приведенных экспериментах установлено, что величина скачка амплитуды возмущений ξ , т.е. отношение среднеквадратичных интенсивностей продольной компоненты пульсаций \bar{u}' в районе передней кромки и в набегающем потоке, характеризующая мощность генератора волн Толмина-Шлихтинга, сильно зависит от частот трансформирующего возмущения и от скорости потока (рис. 2, 3). Из рис. 2, 3 следует обратно пропорциональная зависимость интенсивности возмущения от частоты и прямо пропорциональная от скорости потока.

Покажем, что установленные в работе [1] закономерности генерации волн Толмина-Шлихтинга на передней кромке пластины вытекают из закона возникновения турбулентности (1). Закон возникновения турбулентности (1) в правой части включает два члена. Первый член является линейным и описывает акустические соотношения между плотностью и давлением газа. Второй член является нелинейным и учитывает диссипацию энергии и теплообмен в вязком теплопроводном газе. Рассмотрим изменение давления вблизи передней кромки пластины при $x \approx 0$, обусловленное

нелинейным членом в законе (1), когда пограничный слой только начинает формироваться. При этом допустим, что:

- разностью конвективных производных плотности и давления, как величинами второго порядка малости, можно пренебречь;
- температурные поля еще не сформировались и ими можно пренебречь;
- составляющие скорости v, w только начинают формироваться и их производными также можно пренебречь.

Вблизи передней кромки пластины формируются градиенты скорости $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}$.

Вследствие прилипания потока на стенке пластины ($u = 0$) градиент скорости u вдоль оси y будет значительно выше градиента вдоль оси x . Поэтому можно пренебречь $\frac{\partial u}{\partial x}$ в

сравнении с $\frac{\partial u}{\partial y}$. В результате из (1) получим

$$dp = \mu(k-1) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dt. \tag{2}$$

Представим скорость как сумму скорости среднего потока и пульсационной составляющей, изменяющейся по гармоническому закону

$$u = u_\infty + u' = u_\infty + u'_m \cos \omega t, \tag{3}$$

где u_∞ — скорость набегающего потока; u'_m — амплитуда пульсационной составляющей скорости; ω — круговая частота; t — время.

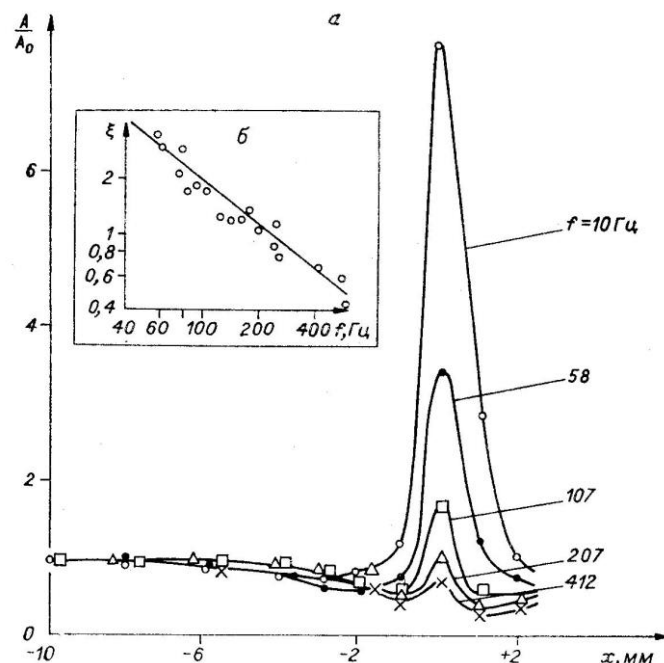


Рис. 2. Скачок интенсивности возмущений на передней кромке пластины; а — изменение амплитуды возмущений различных частот с координатой (x — координата вдоль пластины, $x > 0$ — над пластиной; $x < 0$ — перед пластиной); б — зависимость скачка интенсивности возмущений от частоты. Рисунок из работы [1]

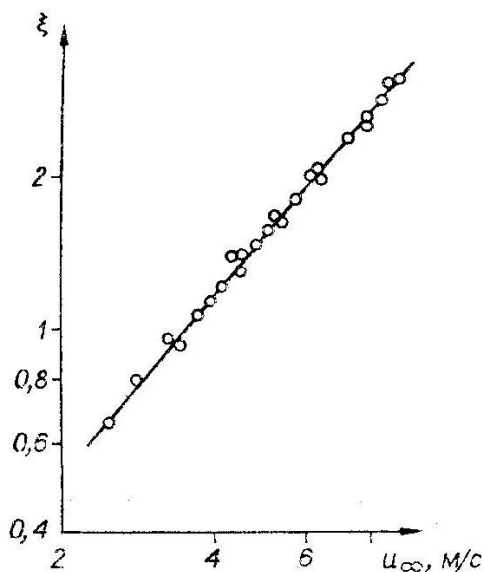


Рис. 3. Зависимость скачка интенсивности возмущения на передней кромке пластины от скорости потока. Рисунок из работы [1]

Подставим выражение скорости (3) в (2) и проинтегрируем по времени. В результате получим

$$\Delta p = \mu(k-1) \left[\left(\frac{\partial u_\infty}{\partial y} \right)^2 \Delta t + 2 \frac{\partial u_\infty}{\partial y} \cdot \frac{\partial u'_m}{\partial y} \frac{1}{\omega} \sin \omega t + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u'_m}{\partial y} \right)^2 \Delta t + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial u'_m}{\partial y} \right)^2 \frac{1}{\omega} \sin 2\omega t \right]. \tag{4}$$

Учитывая, что в проведенных экспериментах [1] амплитуды возмущений скорости не превышали значений

$$A_m = \frac{u'_m}{u_\infty} < 0,25\%, \tag{5}$$

пренебрежем в выражении (4) величинами второго порядка малости — члены третий и четвертый в квадратных скобках.

Скорость в пограничном слое меняется от значения во внешнем потоке до нуля на стенке пластины. Для оценки заменим производные скорости их средними значениями

$$\frac{\partial u_\infty}{\partial y} \approx \frac{u_\infty}{\delta}; \quad \frac{\partial u'_m}{\partial y} \approx \frac{u'_m}{\delta}, \tag{6}$$

где δ — толщина пограничного слоя.

Подставляя выражения (6) в (4), получим

$$\Delta p = \mu(k-1) \left[\left(\frac{u_\infty}{\delta} \right)^2 \Delta t + \frac{u_\infty u'_m}{\delta^2} \frac{2}{\omega} \sin \omega t \right]. \tag{7}$$

Полученное выражение описывает пульсации давления, возникающие на передней кромке пластины, под действием которых происходит генерация волн Толмина-Шлихтинга.

Анализ полученного выражения (7) позволяет отметить следующее:

- пульсации давления на передней кромке пластины будут возникать и при отсутствии возмущений скорости $u'_m = 0$, то есть процесс изначально является неустановившимся;
- при наличии в набегающем потоке возмущений скорости u' , изменяющихся по гармоническому закону, на передней кромке пластины будет возникать составляющая пульсации давления, пропорциональная средней скорости потока u_∞ и обратно пропорциональная круговой частоте ω ; эта составляющая пульсации давления будет порождать на передней кромке пластины пульсации скорости потока, зафиксированные экспериментально в работе [1] и приведенные на рис. 2, 3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Найденное аналитическое выражение для пульсаций давления на передней кромке пластины показывает, что при наличии в набегающем потоке возмущений скорости u' , изменяющихся по гармоническому закону, на передней кромке пластины будет возникать составляющая пульсации давления, пропорциональная средней скорости потока u_∞ и обратно пропорциональная круговой частоте ω .
2. Полученное выражение качественно верно описывает зависимость интенсивности возмущений от средней скорости набегающего потока и частоты возмущений, установленную экспериментально в работах Качанова, Козлова и Левченко при генерации волн Толмина-Шлихтинга в пограничном слое.

ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. – Новосибирск: Наука, 1982. – 151 с.
2. Воронков С. С. О законе возникновения турбулентности в вязком теплопроводном газе. Электронный журнал «Техническая акустика», <http://www.ejta.org>, 2016, 6.