

С. С. Воронков

Псковский государственный университет

Россия, 180000, г. Псков, пл. Ленина, 2, e-mail: voronkovss@yandex.ru

О механизме возникновения турбулентных пятен Эммонса

Получена 19.04.2020, опубликована 25.05.2020

Рассматривается механизм возникновения турбулентных пятен Эммонса в пограничном слое вязкого теплопроводного газа при естественном переходе. Показано, что закон возникновения турбулентности в вязком теплопроводном газе описывает один из механизмов возникновения турбулентных пятен Эммонса в пограничном слое. Отмечается, что найденное аналитическое выражение для пульсаций давления качественно верно описывает катастрофический, взрывной механизм возникновения турбулентных пятен в пограничном слое и перехода в целом, установленный опытным путем.

Ключевые слова: турбулентные пятна Эммонса, закон возникновения турбулентности, вязкий теплопроводный газ.

ВВЕДЕНИЕ

Процесс возникновения турбулентности в пограничном слое или процесс перехода к турбулентности ламинарного режима течения состоит из ряда более простых процессов, последовательно сменяющих друг друга. Эти процессы в настоящее время достаточно хорошо изучены экспериментально и их интерпретация в различных научных школах отличается незначительно. Приведем интерпретацию процесса перехода в пограничном слое, данную в работе [1]: «Таким образом, процесс перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентное состояние при малой интенсивности внешних возмущений состоит из трех условно разделяемых этапов: генерации волн пограничного слоя, их усиления по законам линейной теории и нелинейного разрушения ламинарного режима течения». Предлагаемая в работе [1] последовательность стадий перехода схематически приведена на рис. 1.

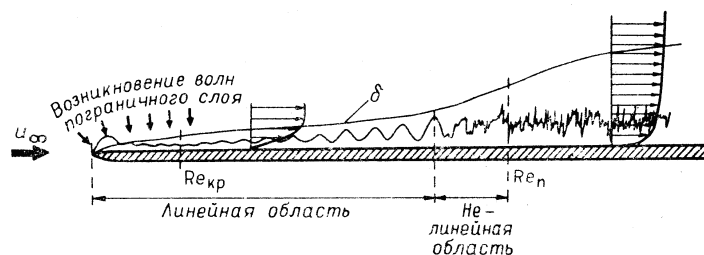


Рис. 1. Схема основных стадий процесса перехода в пограничном слое. Рисунок из работы [1]

В работе [2] дается следующая последовательность стадий — этапов естественного перехода в пограничном слое:

1. Потеря устойчивости, появление волн Толлмина-Шлихтинга.
2. Появление двумерных вихрей.
3. Развал на трехмерные структуры.
4. Появление турбулентных пятен.
5. Полностью турбулентное течение.

Приведем более подробное описание этих этапов [2].

1. Неустойчивость пограничного слоя приводит к появлению волн Толлмина-Шлихтинга.

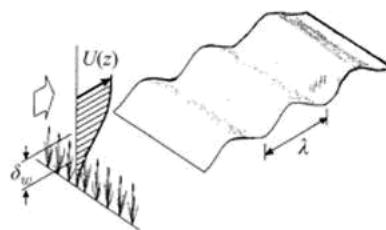


Рис.2. Рисунок из работы [3]. Цитируется по [2]

2. Градиент скорости приводит к сворачиванию продольных вихрей типа roller.

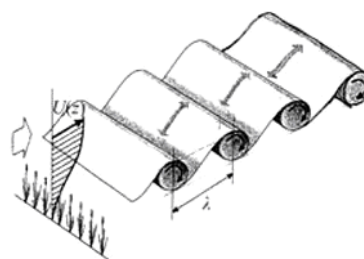


Рис. 3. Рисунок из работы [3]. Цитируется по [2]

3. Градиент скорости приводит к появлению шпилькообразных (подковообразных, lambda) вихрей. Их развитие ведет к доминированию продольных вихрей в пристенной области.

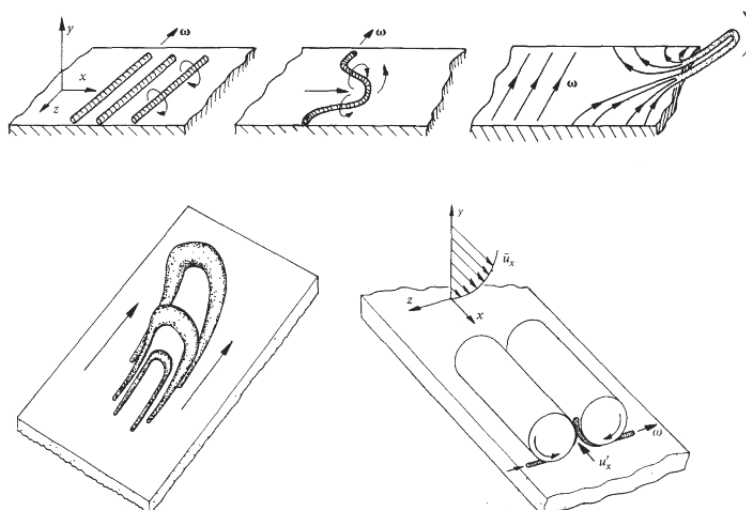


Рис. 4. Рисунок из работы [3]. Цитируется по [2]

4. Появление характерных турбулентных пятен (пятна Эммонса). Количество турбулентных пятен увеличивается вниз по потоку. Сливаясь, турбулентные пятна заполняют весь пограничный слой.

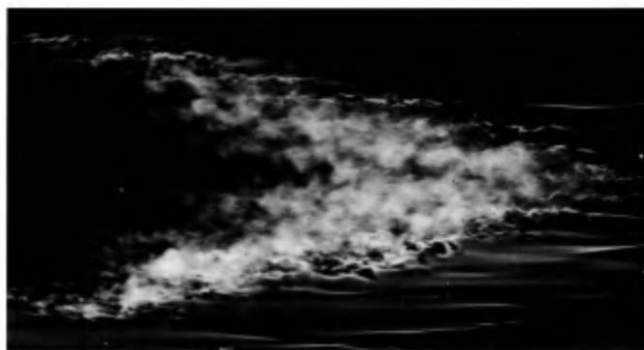


Рис. 5. Турбулентное пятно Эммонса. Число Рейнольдса $Re = 400000$. Визуализация осуществляется при помощи дыма в воздухе, освещаемого вспышкой. Фото R.E. Falco. Рисунок из работы [4]

Наиболее сложная в понимании и слабо изученная является область нелинейного разрушения ламинарного режима течения — рис. 1. Возникновение турбулентных пятен Эммонса относится к этой области перехода, которая осуществляется очень быстрым, «взрывным» изменением характера течения от ламинарной к турбулентной форме.

Рассмотрим механизм возникновения турбулентных пятен Эммонса, привлекая закон возникновения турбулентности, полученный в работе [5].

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Приведем полученный в работе [5] закон возникновения турбулентности в виде

$$dp = dps + dpn = a_s^2 d\rho + (\mathbf{V} \cdot (a_s^2 \text{grad} \rho - \text{grad} p) + (k - 1)\Phi) dt, \tag{1}$$

где $dps = a_s^2 d\rho$ — линейная составляющая изменения давления; $dpn = (\mathbf{V} \cdot (a_s^2 \text{grad} \rho - \text{grad} p) + (k - 1)\Phi) dt$ — нелинейная составляющая изменения давления; a_s — адиабатное и изоэнтропное значение скорости звука; p, ρ — давление и плотность газа; Φ — функция, учитывающая диссипацию энергии и теплообмен:

$$\Phi = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) +$$

$$+ \mu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\};$$

T — температура газа; \mathbf{V} — вектор скорости газа с проекциями u, v, w на оси декартовой системы координат x, y, z соответственно; λ — коэффициент теплопроводности; μ — коэффициент динамической вязкости; t — время; k — показатель адиабаты.

Из закона возникновения турбулентности (1) следует, что в вязком теплопроводном газе при резком изменении градиентов скорости потока $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}$ в пограничном слое будут возникать возмущения давления dp , которые генерируют возникновение турбулентных пятен Эммонса.

Согласно экспериментам Клебанова, Тидstromа и визуальным наблюдениям Эммонса [1]: «турбулентность в пограничном слое возникает локализованно в пространстве, образуя турбулентные пятна, которые при распространении вниз по потоку растут и, сливаясь, заполняют весь пограничный слой. Начало разрушения ламинарного течения и образование турбулентного пятна характеризуются высокоинтенсивным импульсом, шипом, на осциллограмме пульсаций — рис. 6.

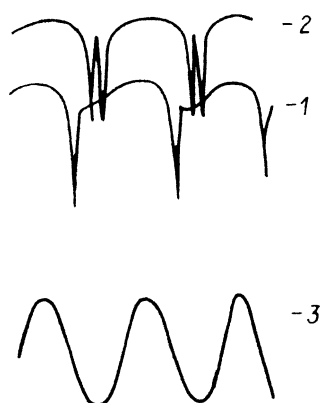


Рис. 6. Образование «шипов» на осциллограммах пульсаций скорости в районе внешней границы пограничного слоя. Рисунок из работы [6]. Цитируется по работе [1].

$f = 145$ Гц, $y = 2,9$ мм. 1 — $x = x_1$; 2 — $x = x_1 + 12$ мм; 3 — сигнал, подаваемый на вибрирующую ленточку

По мере распространения возмущений вниз по потоку количество шипов увеличивается (см. рис. 6), пока картина на осциллограмме не принимает вид, характерный для турбулентного течения. Шип на осциллограмме пульсаций соответствует понижению скорости в мгновенном профиле скорости, имеющему в этот момент ярко выраженную точку перегиба. Такая картина породила концепцию вторичной неустойчивости нестационарного течения. Образование шипов и последующих турбулентных пятен непосредственно связано с трехмерной структурой поля возмущения. Шипы появляются только в пиках поперечного распределения интенсивности пульсаций, но никогда не образуются во впадинах. Сравнение результатов термоанемометрических и визуальных наблюдений позволяет представить картину течения в случае появления шипов следующим образом. Трехмерное искажение плоской волны Толлмина-Шлихтинга приводит к образованию системы Λ -образных вихрей с закругленной «головкой» — рис. 7, которой и соответствует на осциллограмме пульсаций шип.



Рис. 7. Визуализация процесса образования Λ -образных вихрей с закругленной головкой на теле вращения. Рисунок из работы [7]. Цитируется по работе [1]

По мере распространения вниз по потоку головка всплывает по направлению к внешней границе пограничного слоя и, попадая в область более высоких скоростей, отрывается от боковых вихрей, разрушается и образует турбулентное пятно. Каждый из Λ -образных вихрей разрушается индивидуально».

Покажем, что установленные в работе [1] закономерности возникновения турбулентных пятен Эммонса вытекают из закона возникновения турбулентности (1). Закон возникновения турбулентности (1) в правой части включает два члена. Первый член является линейным и описывает акустические соотношения между плотностью и давлением газа. Второй член является нелинейным и учитывает диссипацию энергии и теплообмен в вязком теплопроводном газе. Рассмотрим изменение давления вблизи внешней границы пограничного слоя в области отрыва головки от Λ -вихрей, обусловленное нелинейным членом в законе (1).

При этом допустим, что:

- разностью конвективных производных плотности и давления, как величинами второго порядка малости, можно пренебречь;
- температурные поля еще не сформировались и ими можно пренебречь.

В результате из (1) получим

$$dp = \mu(k-1) \left\{ \begin{aligned} & 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \\ & + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \right\} dt. \quad (2)$$

Λ -образные вихри представляют собой вихревые трубки. Для вихревой трубки математическое описание физических процессов удобнее проводить в цилиндрических координатах. Введем для вихревой трубки цилиндрические координаты r, ε, z . Ось z совместим с осью вихревой трубки. Тогда скорости газа для вихревой трубки определятся

$$V_\varepsilon = \omega r, \quad V_r = 0, \quad V_z = 0, \quad (3)$$

где ω — круговая частота вращения вихревой трубки.

Выразим скорости газа в декартовых координатах u, v, w через значения скоростей в цилиндрических координатах [8]:

$$u = V_\varepsilon \frac{y}{r} = \omega y; \quad v = V_\varepsilon \frac{x}{r} = \omega x; \quad w = V_z = 0. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (2), получим

$$dp = \mu(k-1)(2\omega)^2 dt. \quad (5)$$

Кинематические соотношения для вихревых трубок являются специфическими, и они описываются теоремами Гельмгольца. Приведем первую теорему Гельмгольца о вихрях [8]: «Интенсивность вихревой трубки есть величина постоянная для всех ее сечений».

Под интенсивностью вихревой трубки понимается произведение $\omega \cdot \sigma$, где σ — площадь сечения вихревой трубки. Из теоремы Гельмгольца вытекает, что

$$\omega_1 \sigma_1 = \omega_2 \sigma_2 = \text{const}. \quad (6)$$

Следовательно, площадь сечения трубки не может стать равной нулю, так как это приведет к возрастанию до бесконечности угловой скорости вращения трубки в этом сечении — рис. 8.

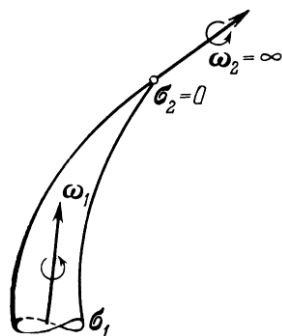


Рис. 8.
Вихревая трубка. Рисунок из работы [9]

Но визуальные наблюдения показывают, рис. 7, что у Λ -образного вихря происходит отрыв головки, что приведет к резкому уменьшению площади сечения вихревой трубки в этом сечении. Примем в качестве первого приближения закон уменьшения площади сечения вихревой трубки в месте отрыва линейным:

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{t}{t_0}\right), \quad t < t_0, \quad (7)$$

σ_0 — начальная площадь вихревой трубки до отрыва головки, t_0 — полное время отрыва головки.

Найдем выражение для угловой скорости вращения вихревой трубки ω из (6) и (7):

$$\omega = \frac{\omega_0 \sigma_0}{\sigma} = \frac{\omega_0 \sigma_0}{\sigma_0 \left(1 - \frac{t}{t_0}\right)} = \frac{\omega_0}{1 - \frac{t}{t_0}}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (5), после интегрирования для пульсации давления, получим

$$\Delta p = 4\mu(k-1) \frac{\omega_0^2 t_0^2}{t_0 - t}. \quad (9)$$

Приведем график изменения пульсации давления в сечении отрыва головки Λ -образного вихря — рис. 9.

Полученное аналитическое выражение для пульсаций давления (9) объясняет катастрофический, взрывной механизм возникновения турбулентных пятен Эммонса в пограничном слое и перехода в целом. Давление в определенных точках пограничного слоя, где произошел отрыв головки Λ -образного вихря, нарастает быстро, асимптотически, что порождает шипы и высокочастотные пульсации скорости.

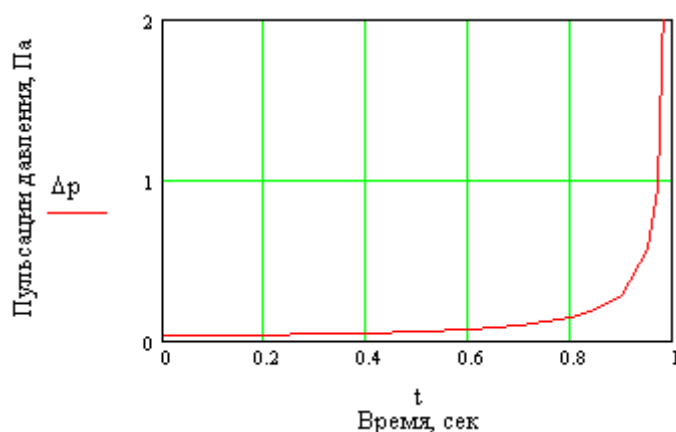


Рис. 9. Пульсации давления, вычисленные по формуле (9). При расчете принималось:

$$\mu = 1,82 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}; \quad k = 1,4; \quad \omega_0 = 10\pi \text{ рад/с}; \quad t_0 = 1 \text{ с}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Показано, что закон возникновения турбулентности в вязком теплопроводном газе, полученный в работах автора, описывает один из механизмов возникновения турбулентных пятен Эммонса в пограничном слое.
2. Полученное аналитическое выражение для пульсаций давления объясняет катастрофический, взрывной механизм возникновения турбулентных пятен Эммонса в пограничном слое и перехода в целом. Давление в определенных точках пограничного слоя, где произошел отрыв головки Λ -образного вихря, нарастает быстро, асимптотически, что порождает шипы и высокочастотные пульсации скорости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. – Новосибирск: Наука, 1982. – 151 с.
2. Гарбарук А.В. Переход к турбулентности. Лекция 2. – С-П.: СПбГПУ, 2019. – 35 с. Режим доступа: https://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/turb_models/Term8_Lec02_transition.pdf
3. Davidson, P. A. Turbulence: an introduction for scientists and engineers. Oxford, UK: Oxford University Press, 2004. – 680 p.
4. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. – М.: Мир. 1986. – 184 с.
5. Воронков С. С. О законе возникновения турбулентности в вязком теплопроводном газе. Электронный журнал «Техническая акустика», <http://www.ejta.org>, 2016, 6.
6. Klebanoff P.S., Tidstrom K.D., Sargent L.M. The treedimensional nature of boundary-layer instability. – J. Fluid Mech., 1962. v. 12, part. 1, p. 1–34.
7. Knapp C.F., Roache P.J. A combined visual and hot-wire, anemometerinvestigation of boundary layer transition. – AIAA J., 1968, v. 6, № 1, p. 29–36.
8. Фабрикант Н.Я. Аэродинамика. – М.: Наука, 1964. – 814 с.
9. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Изд. 5-е. – М.: Наука, 1978. – 736 с.