

С. С. Воронков

*Псковский государственный университет*

*Россия, 180000, г. Псков, пл. Ленина, 2, e-mail: [voronkovss@yandex.ru](mailto:voronkovss@yandex.ru)*

## Полный цикл турбулентности в жидкостях и газах

*Получена 07.04.2022, опубликована 30.04.2022*

Приводятся уравнения, описывающие полный цикл турбулентности в вязком газе, включающий различные этапы: усиление низкочастотных возмущений, возникновение волн Толлмина-Шлихтинга, возникновение вихревых трубок, деформация и растяжение вихревых трубок, распад вихревых трубок, сопровождающийся взрывным, асимптотическим ростом пульсации давления, распространение возмущений давления по вихревым трубкам с образованием турбулентных пятен Эммонса, возникновение пульсаций скорости различных частот и интенсивностей. Представлен график полного цикла турбулентности. Выполнено обобщение уравнений, полученных для полного цикла турбулентности в вязком газе на жидкости.

Ключевые слова: полный цикл турбулентности, вихревая трубка, вязкий газ, жидкость.

### ВВЕДЕНИЕ

Согласно каскадной схеме внутренней структуры турбулентных потоков [1], крупные вихри распадаются на все более мелкие, и диссипация кинетической энергии в тепло происходит на мелких вихрях с малым масштабом.

Брэдшоу [2] предложил графическую схему – рис. 1, показывающую как растяжение вихрей в одном направлении, порождает движение в двух других направлениях. Начальное растяжение в одном направлении после нескольких циклов приводит к образованию мелкомасштабных вихрей, энергия которых рассеивается вязкостью.

Но приведенная каскадная схема описания турбулентных потоков рассматривает механизм распада крупных вихрей на все более мелкие и ничего не говорит о механизме образования крупных вихрей.

Как показано в работе [3], турбулентность в вязком газе представляет собой циклический процесс возникновения и распада вихревых трубок. Полный цикл турбулентности включает различные этапы. Рассмотрим более подробно полный цикл турбулентности для вязкого газа и выполним обобщение полученных уравнений и формул на жидкости.

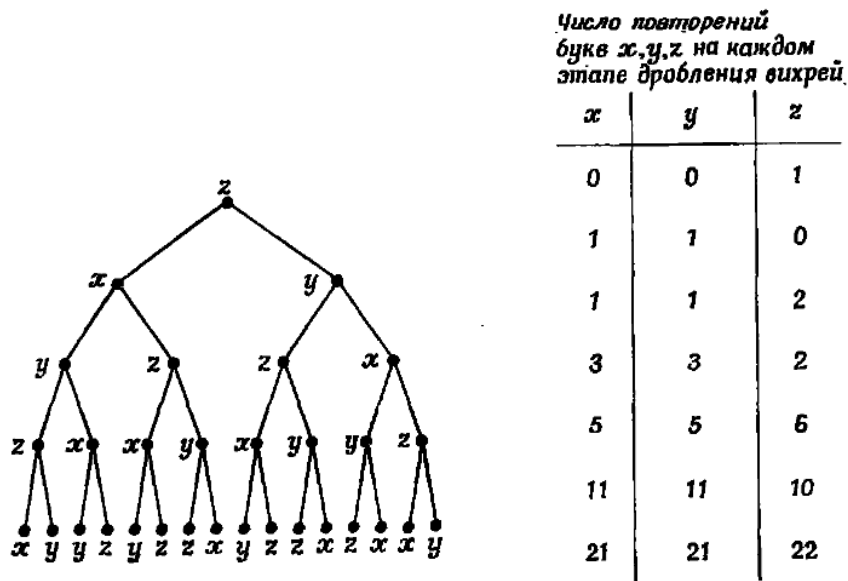


Рис. 1. Графическая схема Брэдшоу [2], показывающая образование изотропных мелкомасштабных пульсаций в результате растяжения вихрей. Буквами обозначены направления растяжения на каждом этапе процесса дробления вихрей. Линейный масштаб уменьшается на каждом таком этапе. Рисунок из работы [2]

### 1. ПОЛНЫЙ ЦИКЛ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ВЯЗКОМ ГАЗЕ

Рассмотрим более подробно полный цикл турбулентности в вязком газе, включающий различные этапы [3]:

#### 1. Усиление низкочастотных возмущений – этап 1

$$\Delta p = 2(k - 1)\mu \frac{u_\infty u'_m}{\omega \delta^2} \sin \omega t, \tag{1}$$

где  $\Delta p$  — пульсация давления,  $u_\infty$  — скорость набегающего потока;  $u'_m$  — амплитуда пульсационной составляющей скорости;  $\omega$  — круговая частота возмущения скорости;  $\delta$  — толщина пограничного слоя,  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости;  $t$  — время;  $k$  — показатель адиабаты.

Как видно из рис. 2 и установлено в [4]: «возмущения всех частот претерпевают скачок амплитуды в окрестности передней кромки. Однако существует различие между скачком амплитуды возмущений высоких и низких частот. В то время как амплитуды возмущений высоких частот увеличиваются на 20–30%, возмущения низких частот в районе передней кромки имеют амплитуды в 4–5 раз больше, чем перед пластиной».

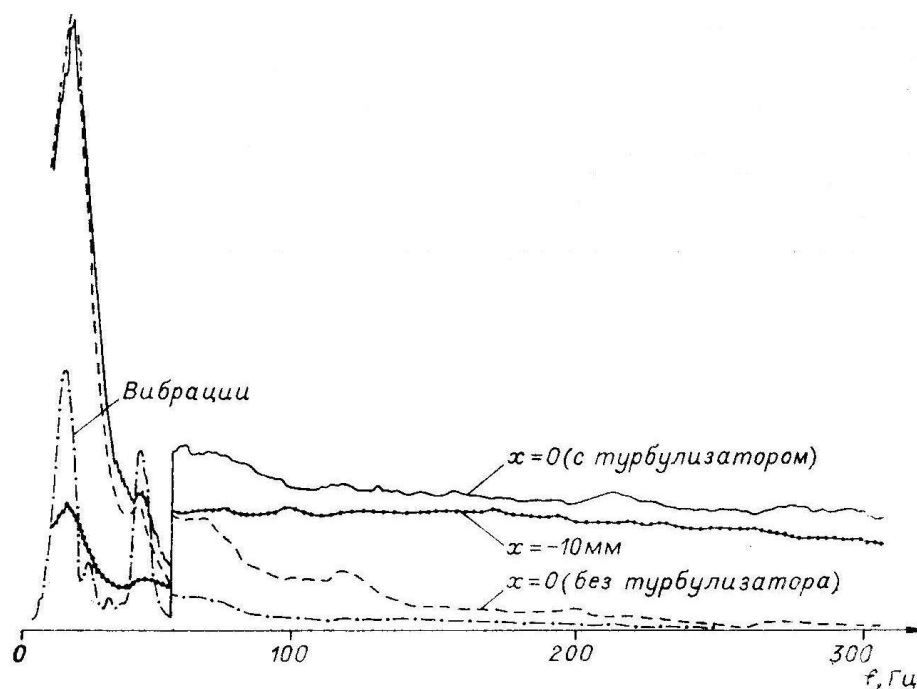


Рис. 2. Спектры мощности вибраций пластины и возмущений в районе передней кромки при  $u_\infty = 5,8 \text{ м/с}$ ,  $\varepsilon = 0,43\%$ . Рисунок из работы [4]

## 2. Возникновение волн Толлмина-Шлихтинга – этап 2

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial t^2} = (a_s^2 + \frac{4}{3}(k-1)\nu \text{div} \mathbf{V}) \text{grad} \text{div} \mathbf{V}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{V}$  — вектор скорости газа;  $a_s$  — адиабатное и изоэнтропное значение скорости звука;  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости

## 3. Возникновение вихревых трубок – этап 3 (рис. 3)

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{\omega}}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

где  $\boldsymbol{\omega}$  — круговая частота вращения вихревой трубки.

## 4. Деформация и растяжение вихревых трубок – этап 4 (рис. 3)

Деформация и растяжение вихревых трубок описывается уравнением Фридмана [1]

$$\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \dot{S} - \boldsymbol{\omega} \text{div} \mathbf{V}, \quad (4)$$

где  $\dot{S}$  — тензор скоростей деформаций.

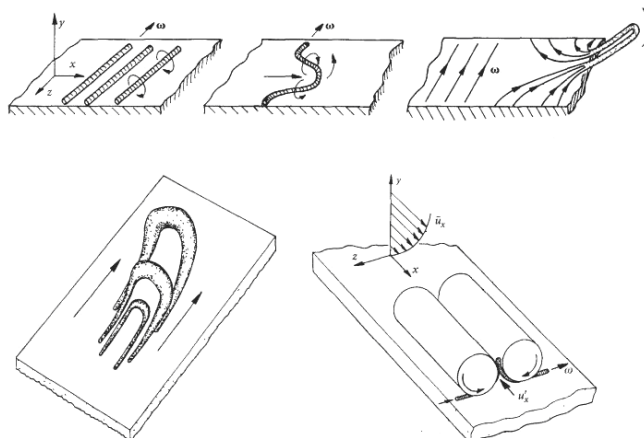


Рис. 3. Появление двумерных вихрей и их распад на трехмерные структуры. Этапы 3 и 4. Рисунок из работы [5]. Цитируется по [6]

5. Распад вихревых трубок, сопровождающийся взрывным, асимптотическим ростом пульсации давления – этап 5 (рис. 4)

$$\Delta p = \mu \frac{4(k-1)}{9} \frac{\omega_0^4 t_0^3}{(1-\tau)^3}, \tag{5}$$

где  $\omega_0$  — круговая частота вихревой трубки до начала распада,  $t_0$  — время полного распада вихревой трубки,  $\tau = \frac{t}{t_0}$  — безразмерное время.

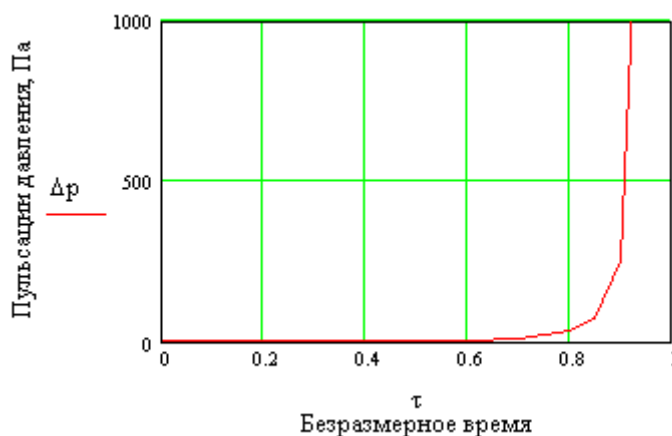


Рис. 4. Пульсации давления в пограничном слое вязкого газа в зоне распада вихревой трубки, вычисленные по формуле (5). При расчете принималось:  $\mu = 1,82 \cdot 10^{-5}$  Па · с ;  $k = 1,4$  ;  $\omega_0 = 100\pi$  рад/с ;  $t_0 = 0,02$  с. Рисунок из работы [7]

6. Распространение возмущений давления по вихревым трубкам с образованием турбулентных пятен Эммонса – этап 6 (рис. 5)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = (a_s^2 + \frac{4}{3}(k-1)v \operatorname{div} \mathbf{V}) \operatorname{div} \operatorname{grad} p, \quad (6)$$

где  $p$  — давление.

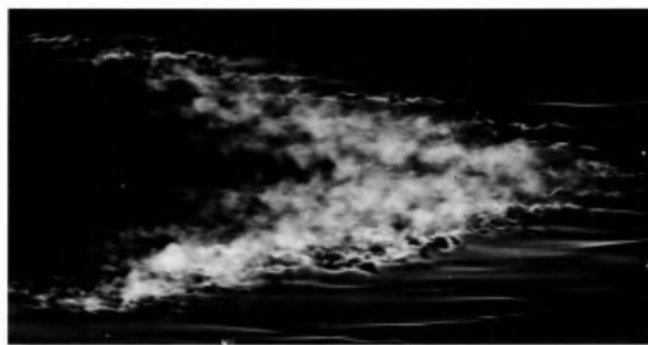


Рис. 5. Турбулентное пятно Эммонса. Число Рейнольдса  $Re=400000$ . Визуализация осуществляется при помощи дыма в воздухе, освещаемого вспышкой. Фото R.E. Falco. Рисунок из работы [8]

7. Возникновение пульсаций скорости различных частот и интенсивностей – этап 7  
Возникновение пульсаций скорости различных частот и интенсивностей происходит под действием пульсаций давления и описывается уравнением Навье-Стокса [1]

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \nu \nabla^2 \mathbf{V} + \frac{\nu}{3} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{V}, \quad (7)$$

где  $\rho$  — плотность.

Приведем график полного цикла турбулентности – рис. 6

Некоторые из приведенных этапов в тех или иных условиях могут отсутствовать. Этап 2 возникновения волн Толлмина-Шлихтинга происходит, как правило, на передней кромке пластины при низкой начальной турбулентности и в развитом турбулентном потоке отсутствует. Этап 6, при равномерном растяжении вихревой трубки по всей длине, также может отсутствовать.

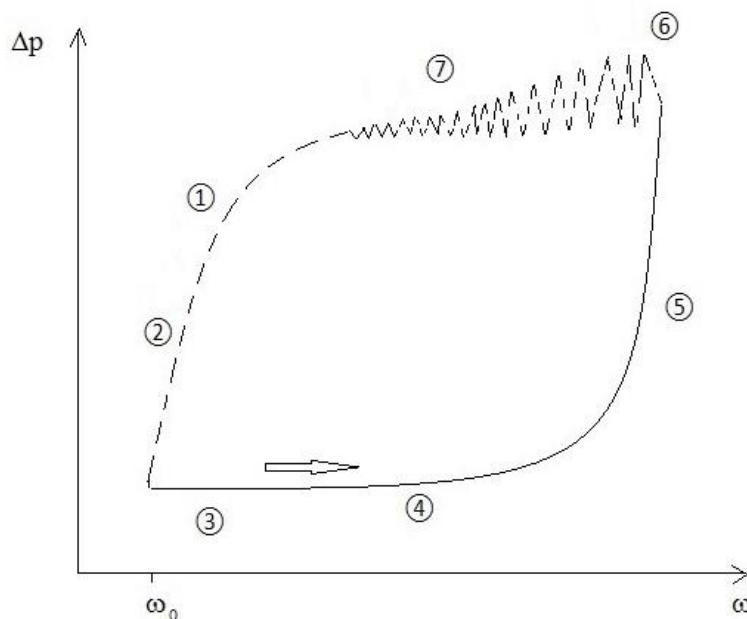


Рис. 6. Полный цикл турбулентности. ① — номер соответствующего этапа,  $\Delta p$  — пульсации давления,  $\omega$  — круговая частота вихревых трубок,  $\omega_0$  — круговая частота вихревой трубки до начала распада. Сплошной кривой изображены процессы образования вихревых трубок, их растяжения, деформации и распада — этапы ③, ④, ⑤. Штриховой кривой изображены процессы образования пятен Эммонса, возникновения пульсаций скорости, усиления низкочастотных возмущений, возникновения волн Толлмина-Шлихтинга — этапы ⑥, ⑦, ①, ②. На этих этапах происходит непосредственно диссипация энергии и подготовка формирования вихревых трубок. Стрелка указывает направление обхода цикла — «против часовой стрелки»

## 2. ПОЛНЫЙ ЦИКЛ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ЖИДКОСТЯХ И ГАЗАХ

Для обобщения полного цикла турбулентности в вязком газе на жидкости сделаем выкладки, аналогичные работе [9]. Предварительно рассмотрим газ Ван-дер-Ваальса, который занимает промежуточное положение между совершенным газом и жидкостью.

Каждый из этапов описывается своим уравнением или формулой. Приведем эти уравнения в форме таблицы (таблица 1) с привлечением общих констант —  $C_1, C_2, C_3$  для жидкостей и газов.

Вывод уравнений приведен в работе [7].

Таблица 1

Полный цикл турбулентности в жидкостях и газах		
№ этапа	Название	Уравнения
1.	Усиление низкочастотных возмущений.	$\Delta p = C_1 \mu \frac{u_\infty u'_m}{\omega \delta^2} \sin \omega t.$
2.	Возникновение волн Толлмина-Шлихтинга.	$\frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial t^2} = (a_{si}^2 + C_2 \nu \operatorname{div} \mathbf{V}) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{V}.$
3.	Возникновение вихревых трубок.	$\frac{\partial^2 \boldsymbol{\omega}}{\partial t^2} = 0.$
4.	Деформация и растяжение вихревых трубок.	$\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \dot{S} - \boldsymbol{\omega} \operatorname{div} \mathbf{V}$ —ур-ние Фридмана.
5.	Распад вихревых трубок.	$\Delta p = C_3 \mu \frac{\omega_0^4 t_0^3}{(1-\tau)^3}.$
6.	Распространение возмущений давления.	$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = (a_{si}^2 + C_2 \nu \operatorname{div} \mathbf{V}) \operatorname{div} \operatorname{grad} p.$
7.	Возникновение пульсаций скорости.	$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \nu \nabla^2 \mathbf{V} + \frac{\nu}{3} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{V}$ — уравнение Навье-Стокса.

Приведем значения констант —  $C_1, C_2, C_3$  в таблице 2.

Таблица 2

№ п/п	Среда	$a_{si}$	$C_1$	$C_2$	$C_3$
1.	Совершенный газ	$a_s$	$2(k-1)$	$\frac{4}{3}(k-1)$	$\frac{4}{9}(k-1)$
2.	Газ Ван-дер-Ваальса	$a_{sb}$	$2(k-1) \frac{\nu}{\nu-b}$	$\frac{4}{3}(k-1) \frac{\nu}{\nu-b}$	$\frac{4}{9}(k-1) \frac{\nu}{\nu-b}$
3.	Жидкость	$a_{sg}$	$2(k_*-1) \frac{\nu}{\nu-b}$ — первое приближение, требуется экспериментальное уточнение	$\frac{4}{3}(k_*-1) \frac{\nu}{\nu-b}$ — первое приближение, требуется экспериментальное уточнение	$\frac{4}{9}(k_*-1) \frac{\nu}{\nu-b}$ — первое приближение, требуется экспериментальное уточнение

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Представленная статья является финальной по циклу статей, опубликованных в Электронном журнале «Техническая акустика». Первая статья была опубликована в 2004 г., № 5. Показано, что при рассмотрении турбулентности в жидкостях и газах необходимо учитывать сжимаемость среды и что турбулентность представляет собой циклический процесс.
2. Приведены уравнения, описывающие полный цикл турбулентности в жидкостях и газах, включающий различные этапы: усиление низкочастотных возмущений, возникновение волн Толлмина-Шлихтинга, возникновение вихревых трубок, деформация и растяжение вихревых трубок, распад вихревых трубок, сопровождающийся взрывным, асимптотическим ростом пульсации давления, распространение возмущений давления по вихревым трубкам с образованием турбулентных пятен Эммонса, возникновение пульсаций скорости различных частот и интенсивностей. Некоторые из приведенных этапов в тех или иных условиях могут отсутствовать.
3. Представлен график полного цикла турбулентности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. Изд. 5-е. – М.: Наука, 1978. – 736 с.
2. Брэдшоу П. Введение в турбулентность и ее измерение. – М.: Мир, 1974. – 279 с.
3. Воронков С. С. О механизме распада вихревых трубок в пограничном слое. Электронный журнал «Техническая акустика», <http://www.ejta.org>, 2022, 1.
4. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. – Новосибирск: Наука, 1982. – 151 с.
5. Davidson P. A. Turbulence: an introduction for scientists and engineers. Oxford, UK: Oxford University Press, 2004. – 680 p.
6. Гарбарук А. В. Переход к турбулентности. Лекция 2. – С-П.: СПбГПУ, 2019. – 35 с. Режим доступа: [https://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/turb\\_models/Term8\\_Lec02\\_transition.pdf](https://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/turb_models/Term8_Lec02_transition.pdf)
7. Воронков С. С. Турбулентность полный цикл. – Псков: Vorss60, 2022. – 44 с. Электронный вариант работы представлен на Яндекс.Диске: <https://disk.yandex.ru/i/YTJbMTrXyuMV7w>
8. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. – М.: Мир. 1986. – 184 с.
9. Воронков С. С. О турбулентности в жидкости. Электронный журнал «Техническая акустика», <http://www.ejta.org>, 2021, 4.